

ANÁLISIS DE LOS PRINCIPALES ASPECTOS QUE AFECTAN A LA DECISIÓN DE SELECCIÓN Y PLANIFICACIÓN DE CARTERAS DE PROYECTOS

ANA F. CARAZO

afercar@upo.es

Universidad Pablo de Olavide /

Departamento de Economía, Métodos Cuantitativos e Historia Económica

Carretera de Utrera, Km 1

Sevilla, 41013

TRINIDAD GÓMEZ

trinidad@uma.es

Universidad de Málaga /

Departamento de Economía Aplicada (Matemáticas)

Campus de El Ejido, s/n

Málaga, 29071

FÁTIMA PÉREZ

f_perez@uma.es

Universidad de Málaga /

Departamento de Economía Aplicada (Matemáticas)

Campus de El Ejido, s/n

Málaga, 29071

Recibido 01/07/2011

Revisado 12/09/2011

Aceptado 14/09/2011

RESUMEN: Las actividades de inversión juegan un importante papel en toda organización económica. Es por ello que el problema de la selección y planificación temporal de una cartera de proyectos constituye una de las principales tareas directivas necesarias para asegurar la supervivencia de cualquier organización/empresa. Para que se realice una buena selección o distribución de los recursos entre un conjunto de proyectos candidatos, de acuerdo con la restricción presupuestaria existente, el proceso de decisión tiene que tener en cuenta una serie de aspectos, entre los que destacan: la multiplicidad de objetivos y restricciones, el factor tiempo y las posibles relaciones de dependencia entre proyectos (sinergias, precedencia, complementariedad, etc.).

En este estudio, analizamos en profundidad y de manera separada las aportaciones más importantes que en este campo de la selección de proyectos han ido realizando los principales autores, describiendo la evolución experimentada en el tratamiento de esos aspectos y mostrando las ventajas e inconvenientes de las distintas aproximaciones. Finalmente, presentamos nuestra propia propuesta: un modelo flexible que considera todos aquellos aspectos simultáneamente, y que permite resolver el problema de selección y planificación temporal de una cartera de proyectos para cualquier periodo de tiempo considerado y para cualquier tipo de organización.

Palabras claves: Selección de cartera de proyectos, Problema Multiobjetivo, Planificación, Relaciones de dependencia entre proyectos.

ABSTRACT: Investment activities play an important role in any economic organization. That is why the problem of project portfolio and scheduling is one of the most important managerial tasks necessary to ensure the survival of any organization. In order to make a good selection or distribution of resources among a set of candidate projects in accordance with existing budget constraints, the decision process has to take into account several aspects, such as the multiplicity of objectives and constraints, the time factor, and the different relationships among projects (dependences, synergies, precedence, complementarities, etc.).

In this study, we review in depth and separately the most important contributions made by the main authors in the field of project portfolio selection, describing the development of the approaches to address those aspects and highlighting their advantages and disadvantages. This paper concludes with the presentation of our own proposal: a flexible model that considers all those aspects simultaneously and solves the project portfolio selection and scheduling problem for any given time horizon and for any type of organization.

Keywords: Project portfolio selection, Multiobjective, Scheduling, Relationship among projects.

1. Introducción

El problema de la selección de una cartera de proyectos es una importante y recurrente actividad, que surge en toda organización empresarial, a la hora de determinar cómo distribuir los recursos escasos entre un conjunto de propuestas alternativas para cubrir las necesidades de dicha organización de la manera más eficiente posible.

A lo largo de los años, este problema de selección se ha intentado resolver de muy diversas maneras. Inicialmente, los agentes decisores la realizaban de una manera intuitiva, escogiendo aquellos proyectos que creían que, de acuerdo a sus prioridades y presupuesto, resolvían el problema. Posteriormente, comenzaron a utilizar una estrategia más racional, incluyendo metodologías o sencillos modelos matemáticos que ayudaban a evaluar cada uno de los proyectos, y luego se seleccionaban en orden hasta agotar el presupuesto. Una completa descripción de las diferentes técnicas o metodologías que han sido utilizadas para seleccionar proyectos puede encontrarse en trabajos como [1 a 4] entre otros.

Más adelante, especialmente en las últimas dos décadas comienzan a surgir diferentes estudios [5 a 8] que establecen que lo ideal y más eficiente para una organización no se encuentra en utilizar un modelo que seleccione los mejores proyectos, sino en aquel o aquellos modelos que ayuden a seleccionar el grupo o cartera de proyectos (CP) que aproveche las sinergias existentes al realizar más de un proyecto a la vez, y resuelvan las necesidades de la organización. Así en [9] se define una cartera de proyectos como aquel grupo de proyectos que, llevados a cabo bajo la dirección y patrocinio de la organización, comparten unos recursos escasos en un periodo de tiempo determinado para satisfacer un bien común, en este caso los objetivos de la organización.

Es este sentido, la búsqueda de carteras eficientes, nos llevó a plantear la necesidad de buscar un modelo global que permitiese a cualquier organización resolver el problema de seleccionar, para un periodo de tiempo fijo, aquella cartera de proyectos que, teniendo en cuenta los recursos disponibles y las posibles interrelaciones existentes entre proyectos, responda a las condiciones y conjunto de objetivos fijados por la organización, y considere en dicha selección la planificación temporal de cada uno de los proyectos que componen la cartera seleccionada. Es decir, no sólo elegir la mejor de las carteras posibles, sino establecer cuándo debían comenzar y finalizar cada uno de los proyectos que la componen. Ello nos llevó a elaborar el modelo matemático propuesto en [10].

El objetivo del presente trabajo no es por tanto el diseño del modelo en sí, sino el proceso seguido hasta llegar a dicho modelo matemático. Pensamos que la descripción detallada de este proceso permite apreciar las etapas clave en la elaboración del modelo contribuyendo a visualizar la forma en la que los aspectos socioeconómicos se corresponden con las decisiones matemáticas tomadas. Dicho proceso seguido, podemos estructurarlo en los tres siguientes pasos o etapas sucesivas que serán ampliamente desarrolladas en las secciones posteriores:

- 1) Identificación de los aspectos fundamentales para una adecuada selección de cartera de proyectos.
- 2) Descripción del tratamiento que a lo largo de los años se ha realizado de dichos aspectos.
- 3) Aportación de una alternativa para cada uno de los aspectos considerados, mostrando cómo se han ido incorporando en el modelo matemático elaborado. Para detalles sobre la resolución de dicho modelo en una aplicación concreta puede verse en [11].

La estructura seguida en el trabajo es la siguiente. En la Sección 2 identificamos y analizamos el tratamiento y formulación matemática que los diferentes autores han dado, a lo largo de los años, a cada uno de los factores anteriormente descritos, y qué carencias se han encontrado. Una vez analizados cada uno de estos aspectos, en la Sección 3 presentamos cómo los hemos incorporado en nuestra propia propuesta de selección de cartera de proyectos global. Finalmente, en la Sección 4 desarrollamos las principales conclusiones del trabajo, mostrando las ventajas del modelo general presentado.

2. Desarrollo de los aspectos considerados fundamentales en la selección de una CP

La dificultad que lleva asociada la selección y planificación temporal de una cartera de proyectos es la que nos ha llevado a centrarnos en este campo de investigación, tratando de dar una respuesta a aquellos decisores que necesiten tomar esa decisión de selección. El exhaustivo estudio de las aportaciones realizadas en dicho campo nos ha permitido apreciar que este proceso de selección y planificación de la cartera de proyectos es más complejo de lo que podría parecer a primera vista, ya que debe tener en cuenta de manera simultánea un conjunto de factores que creemos deben ser analizados en detenimiento. Los aspectos o factores que hemos identificado como fundamentales, y así lo avala la literatura revisada en el campo (véase [10]; [12]; [13]; [14]), para la presentación de un modelo global que ayude a cualquier agente decisor a seleccionar una cartera de proyectos eficiente son: la consideración de diversos objetivos de manera simultánea, es decir, se trata de un problema *Multiobjetivo*, la *Interacción* o *Dependencia* entre proyectos permitiendo valorar todo tipo de relaciones entre proyectos (sinergias positivas o negativas, relaciones de precedencia, complementariedad entre proyectos, etc.), el *Tiempo* como aspecto fundamental para analizar el problema desde una vertiente más completa, y el Análisis del *Riesgo* medido como fracaso o falta de éxito de los proyectos seleccionados.

En los apartados siguientes vamos a justificar la importancia de estos aspectos y por qué nos ha parecido clave incluirlos en una propuesta de modelo matemático para la selección y planificación de una cartera de proyectos. En relación con ello, nos centraremos, entre las aproximaciones disponibles, en los modelos de optimización puesto que ofrecen herramientas cuantitativas que nos van a permitir atender los aspectos señalados, esto es, la multiplicidad de objetivos perseguidos, las interdependencias entre los proyectos, la naturaleza temporal del proceso que permite que los proyectos que conforman la cartera se inicien en distintos instantes, de acuerdo con las disponibilidades de recursos en cada periodo u otros requisitos de carácter técnico, estratégico, político, etc.

2.1. Problema Multiobjetivo

Hasta la década de los 70 la mayoría de las decisiones de selección de proyectos estaban fundamentadas en modelos de selección en los que sólo se tenía en cuenta un criterio. Buen ejemplo son las medidas de valoración económica (VPN, TIR,...) que pueden encontrarse en los estudios [15 a 17]. Posteriormente, en las décadas de los 80-90, el desarrollo de los modelos de programación monobjetivo aplicados al campo ya no de selección de proyectos sino de cartera de proyectos lleva a que los decisores resuelvan el problema de manera simplificada, buscando aquel conjunto de proyectos que optimicen el principal objetivo de la organización, es decir, consideran un único criterio sujeto a las restricciones y condiciones establecidas por dicha organización. En estos modelos, se suele adoptar la hipótesis de que los proyectos no son fraccionables, es decir, las variables de decisión suelen ser binarias, representando la selección o no de cada una de las propuestas de inversión. No obstante, se pueden contemplar “versiones” de un mismo proyecto, es decir, formas alternativas en cuanto a fondos monetarios u otros recursos necesarios, que se tratan como proyectos diferentes, aunque teniendo en cuenta que sólo tiene sentido llevar a cabo una versión.

A medida que se va desarrollando el uso de la Programación Monobjetivo como técnica de selección de cartera de proyectos comienzan a surgir las primeras carencias, ya que el ámbito en el que se toman decisiones en cualquier organización viene marcado, usualmente, por un conjunto de objetivos competitivos.

Este aspecto, sin embargo, no fue considerado en la mayoría de los trabajos hasta principios de los 90. A partir de este momento, se pueden encontrar diferentes estudios [18 a 26]; en los que el proceso de selección se realiza bajo un enfoque con múltiples objetivos (maximizar el beneficio, los ingresos, la utilidad, minimizar el uso de alguno de los recursos, el coste, el riesgo, el tiempo de realización, etc.).

La optimización simultánea de todos los objetivos proporciona un conjunto de soluciones, denominadas eficientes u óptimos de Pareto. Se trata del conjunto de carteras factibles no dominadas, es decir, para las que no existe otra que mejore algún criterio sin empeorar otro.

En términos formales, el problema multiobjetivo de selección de carteras de proyectos responde a la siguiente estructura general:

$$\begin{aligned} \text{Opt. } F(x) &= \{f_1(x), f_2(x), \dots, f_q(x)\} \\ \text{s. a. } x &\in X, \quad x_i \in \{0,1\} \quad i = 1,2,\dots,I \end{aligned} \quad (1)$$

donde x es el vector de las variables de decisión $x = (x_1, x_2, \dots, x_I)$ cuya dimensión coincide con el número de proyectos de partida (I), de manera que $x_i = 1$ indica que el proyecto i es seleccionado y, en caso contrario, $x_i = 0$. Por otro lado, $f_j(x)$ es la función objetivo que evalúa el j -ésimo criterio y X es el conjunto factible.

En este contexto hay autores, como [13] y [26], que obtienen la cartera eficiente que resulta de especificar un peso o ponderación que refleja la importancia relativa que para el centro decisor tiene cada uno de los objetivos. Otros autores no utilizan información a priori sobre las preferencias de los decisores, sino que una vez aproximado el conjunto de carteras eficientes incorporan dichas preferencias a través de alguna técnica interactiva ([13]; [24]; [25]), o aplicando una herramienta multicriterio (Electre, Promethee, el método analítico jerárquico (A.H.P.), entre otros) que les permita realizar un ranking, tal y como ocurre en [27]. Otro enfoque diferente consiste en reemplazar la filosofía de optimización por una filosofía satisfaciente, bajo la óptica de que en ciertas situaciones se buscan carteras de proyectos que verifiquen determinados niveles de aspiración con los que los gestores de la organización se encontrarían satisfechos. Se trata de la programación por metas, utilizada, entre otros, en [20]; [22]; [23] y [28]. En ocasiones, la fijación a priori de estos umbrales o niveles para cada objetivo no es tarea fácil, y ha de hacerse con sumo cuidado, puesto que puede sesgar en gran medida la decisión hacia una determinada selección.

Conviene tener presente que entre las diferentes aproximaciones para abordar este problema multiobjetivo no hay ninguna que sea superior a las demás. La elección de una cualquiera de ellas depende, sobre todo, del tipo de información disponible, y de cómo se incorporen las preferencias del centro decisor para escoger una solución, entre las posibles, que más se ajuste a sus preferencias. En el modelo que presentaremos en el epígrafe 3 hemos optado por la generación del conjunto eficiente, dado que no precisa excesiva información del decisor y, además, el análisis de este conjunto permite contrastar el grado de conflictividad (trade-off) entre los distintos objetivos perseguidos, y con ello adquirir una mayor comprensión de la realidad abordada.

No obstante, somos conscientes que generar el conjunto de soluciones eficientes implica, normalmente, presentar al decisor un elevado número de posibles soluciones, información ésta que puede ser difícil de manejar por el centro decisor. Ahora bien, esta posible carencia puede ser considerada una fortaleza si se parte del enfoque multiobjetivo como la primera etapa de un proceso decisional, que nos permite dividir la información inicial en dos subconjuntos: soluciones eficientes y no eficientes. Posteriormente, se podría elegir aquella/s que resulte/n “óptimas para el decisor”, siendo en este momento donde se tendrían que introducir, de alguna manera, las preferencias del centro decisor [25].

Por otro lado, a lo largo de los años, no sólo han ido cambiando o evolucionando las técnicas a emplear y su uso, sino también el problema a resolver. En la actualidad, no se trata tanto de seleccionar los mejores proyectos, con los recursos disponibles, sino en elegir, teniendo en cuenta una diversidad de criterios, un conjunto de proyectos interdependientes en el tiempo, que respondan a los requisitos que plantea la organización. Esto lleva a incorporar dos factores que serán analizados a continuación, como son el estudio de las interacciones entre proyectos y la planificación temporal de los proyectos seleccionados.

2.2. Interacciones o dependencias entre los proyectos considerados

El análisis de la literatura de selección de proyectos muestra que las relaciones e interdependencias entre éstos aparecen como un aspecto fundamental, que nos ayuda a diferenciar entre selección de un *grupo de proyectos* independientes y *selección de una cartera de proyectos*.

Podemos definir una Cartera de Proyectos (CP) o Portfolio como un conjunto de proyectos entre los que pueden existir relaciones de complementariedad, incompatibilidad y sinergias producidas por compartir costes y/o beneficios derivados de la realización de más de un proyecto a la vez [29]. Ello implica que no es suficiente comparar un proyecto con otro, sino que es necesario comparar grupos de proyectos [8], buscando la cartera de proyectos eficiente que mejor se adapte a las necesidades de la organización. El concepto CP obliga a llevar a cabo una valoración global, que es diferente de la suma de las valoraciones individuales de cada uno de los proyectos que componen la cartera, tal y como se haría para el caso en el que se seleccionasen un grupo de proyectos independientes.

A pesar de que los primeros estudios existentes en el campo de la selección de proyectos ya apuntaban que era necesario incorporar estas interacciones entre proyectos para alcanzar un mejor aprovechamiento de los recursos, (tal y como se observa en [12]; [30]; [31]; [32]; [33] y [34]), su tratamiento no se ha considerado en un sentido amplio hasta finales de la década de los 80.

El principal motivo para ello se encontraba en la dificultad que suponía introducir o formalizar las interacciones entre proyectos en los sencillos modelos matemáticos tradicionalmente utilizados [12]. Estas interacciones fueron formalizadas cuantitativamente en los trabajos [18] y [35] y poco después en [3]. Estos trabajos, presentaron diferentes modelos en los que el principal inconveniente se encontraba en que sólo cuantificaban relaciones entre proyectos dos a dos, es decir, no permitían que, por ejemplo, la realización conjunta de tres o más proyectos pudiese reducir o incrementar la necesidad de un determinado recurso y/o el valor de un objetivo en una determinada cuantía.

El primero de los modelos que admite un estudio global de las interacciones fue el propuesto por [21]. En él se presenta un modelo genérico y completo, aplicable tanto a cualquier **Tipo** como a cualquier **Grado** de interacción o interdependencia.

Antes de profundizar en los modelos presentados de selección de carteras de proyectos en los que existen interacciones o sinergias, debemos aclarar qué **Tipo de Interdependencias** son las que se están intentando medir y valorar. La definición del tipo de relaciones que se pueden producir entre proyectos está claramente descrita en [36] quienes establecieron que existen interacciones causadas por dos tipos de factores: *Externos e Internos*.

Las interacciones causadas por *Factores Externos* son aquéllas producidas por aspectos y cambios sociales, medioambientales, etc. que hacen que a lo largo del tiempo algunos proyectos interactúen obligatoriamente. Estos aspectos son difícilmente medibles a través de un modelo matemático dado que no dependen de nosotros y pueden aparecer en cualquier momento sin previo aviso.

Las interacciones producidas por *Factores Internos*, afectan al requerimiento, magnitud o tiempo de utilización de recursos y/o beneficios de un proyecto por la decisión de selección o rechazo de uno o más proyectos de un determinado conjunto. Este tipo de interacciones son mucho más fáciles de medir e incluir en los modelos matemáticos (ya que sus efectos son conocidos) que las externas que quedan fuera de nuestro control al depender de factores exógenos. Eso lleva a que en el modelo que presentaremos más adelante sólo consideremos las interacciones Internas que son las que pueden ser modelizadas matemáticamente. Existe una **clasificación de estos tipos de interdependencias Internas** aceptada por la mayoría de los investigadores tal y como reflejan los estudios ([8]; [12]; [18]; [21]; [28]; [35 a 38] entre otros), que distingue entre interacciones técnicas, de recursos y de beneficios.

- *Las Interacciones técnicas o de resultado* se producen cuando la realización de un determinado proyecto implica necesariamente la realización conjunta, total o parcial, de otro u otros proyectos o, en su caso, la no realización de un determinado proyecto o grupo de ellos. Este tipo de interacciones se van a recoger a través de restricciones adicionales. Así, por ejemplo, si el proyecto *I* depende de la puesta en marcha de los proyectos contenidos en el grupo P_I se añadiría la restricción $x_I \leq x_i, i \in P_I$.

Dentro de estas interacciones también podrían considerarse las relaciones seriales o relaciones de precedencia, tal y como establece [8]. A ellas volveremos cuando estudiemos la planificación temporal.

- Las *Interacciones de recursos* se originan cuando la implementación de dos o más proyectos simultáneamente requiere menos (más) recursos que si ellos fuesen llevados a cabo separadamente. Ello implica que el coste de una CP es inferior (superior) a la suma de los costes de todos los proyectos que aparecen en ella [39].
- Las *Interacciones de beneficios* conllevan que dos o más proyectos, al ejecutarse simultáneamente, producen mayores o menores beneficios que la realización de dichos proyectos si no coinciden en el tiempo de su ejecución.

A partir de aquí nos centraremos en los dos últimos tipos de interacciones. Para modelizarlas se incorporan términos adicionales en las funciones objetivo y/o en las funciones restricción que recogen el consumo de recursos. La contribución total en una de estas funciones viene dada por la suma de las contribuciones individuales de cada proyecto seleccionado más (o menos) las contribuciones adicionales dadas por las interdependencias si éstas existen. Añadir tales términos a una función (por ejemplo, los beneficios o los costes) conduce a la siguiente expresión:

$$f_q(x_1, x_2, \dots, x_I) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_I x_I + g(x_1, x_2, \dots, x_I) \quad (2)$$

donde c_i indica la aportación individual del proyecto i -ésimo y el término $g(x)$ representa la suma algebraica de todos los términos adicionales debido a las interdependencias entre proyectos.

El otro aspecto que interesa al considerar estas interdependencias es el **Grado de Interdependencias** existentes entre proyectos, es decir, interrelaciones entre dos, tres, o más proyectos. A lo largo de los años, las interdependencias recogidas en el término $g(x)$ de (2) se han intentado cuantificar de muy diferentes formas, apareciendo *tres grupos de formulaciones* básicas que han ido evolucionando, hasta encontrarnos actualmente con la más global de todas que ha sido presentada por [25]. Una variante de ésta, pero más general aún, será la que incorporamos en el modelo que presentamos en la sección 3.

- *El primer grupo de formulaciones* sólo considera relaciones dos a dos. Es decir, sólo se miden las interacciones que pudiesen existir por la realización conjunta de dos proyectos. Ejemplos de ellas podemos encontrarlos en los estudios [18] y [35]. Así, si consideramos que c_{ij} es la contribución adicional que se produce si se llevan a cabo los proyectos i y j , simultáneamente, tenemos que el término $g(x)$ de (2) vendría dado por:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_I) = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N c_{ij} \cdot x_i \cdot x_j \quad (3)$$

es decir, se modeliza como un término cuadrático.

Posteriormente, [21] incorpora un término adicional que recoge las interacciones entre tres proyectos, de manera que:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_I) = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N c_{ij} \cdot x_i \cdot x_j + \sum_{i=1}^{N-2} \sum_{j=i+1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N c_{ijk} \cdot x_i \cdot x_j \cdot x_k \quad (4)$$

donde c_{ijk} es la aportación adicional de la puesta en marcha, simultánea, de los proyectos i , j y k . Este modelo es utilizado por autores tales como [22]; [24] y [40].

- *El segundo grupo de formulaciones* permite las interacciones entre cualquier cantidad de proyectos (mide cualquier grado de interacciones) y fueron introducidas en [21] mediante un modelo polinómico. En este caso, se presupone que existen ciertos conjuntos distintos de proyectos I_l ($l = 1, 2, \dots, \Theta$), que contienen al menos cuatro proyectos, y producen una contribución adicional c_{I_l} , de manera que la expresión (4) se modificaría de la siguiente forma:

$$g(x) = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N c_{ij} \cdot x_i \cdot x_j + \sum_{i=1}^{N-2} \sum_{j=i+1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N c_{ijk} \cdot x_i \cdot x_j \cdot x_k + c_{I_1} \prod_{p \in I_1} x_p + \dots + c_{I_l} \prod_{p \in I_l} x_p \quad (5)$$

- El tercero de los modelos fue el propuesto en [25], en este trabajo se presenta una formulación mucho más genérica y que generaliza el modelo anterior. Estos autores suponen que se producen efectos adicionales c_s si la cartera contiene al menos un número m_s de proyectos que son elementos de algún subconjunto A_s ($s = 1, 2, \dots, S$) de todas las propuestas ($A_s \subset \{1, 2, \dots, I\}$) y se originan efectos d_s si la cartera contiene a lo sumo un número M_s de algún subconjunto A_s ($s = S+1, S+2, \dots, \hat{S}$), de manera que

$$g(x) = \sum_{s=1}^S c_s g_s(x) + \sum_{s=1}^{\hat{S}} d_s h_s(x) \quad (6)$$

donde, por un lado, g_s representa una función intermedia, que valdrá 1 si la cartera contiene al menos m_s proyectos de A_s ($s = 1, 2, \dots, S$), es decir, si se activa la interacción s , y 0 en caso contrario. Por otro lado, h_s es otra función intermedia que valdrá 1 si se seleccionan como mucho M_s proyectos de A_s ($s = S+1, S+2, \dots, \hat{S}$).

La estructura de esta formulación permite incorporar como caso particular de interacción la presentada en [21] y [28] en las expresiones (3), (4) y (5) cuando se establece que en el subgrupo de proyectos se lleven a cabo al mismo tiempo al menos todos los proyectos del subgrupo.

Esta propuesta ha sido utilizada en trabajos posteriores como [41 a 43] y será la que utilizaremos en el modelo de la sección 3, tanto para las funciones objetivo como para algunas de las funciones de las restricciones que definen el conjunto de carteras factibles.

2.3. Planificación temporal de los proyectos pertenecientes a la cartera

El deseo de determinar la mejor planificación temporal de los proyectos que componen la cartera a seleccionar responde a la importancia que autores como Ireland [44] han concedido al proceso de programación o planificación temporal de los proyectos, que consideran fundamental para la selección de una adecuada CP, ya que no todos los proyectos tienen por qué comenzar en el mismo periodo, tanto por la existencia de recursos escasos como por la duración y prioridad existente para la realización de cada proyecto.

Para analizar la planificación de la cartera de proyectos comentaremos detenidamente los siguientes aspectos: a) Justificación de la Selección y Planificación temporal de los proyectos de la cartera de una manera simultánea y, b) Análisis del tiempo y la planificación a lo largo de los años.

a) Justificación de la Selección y Planificación temporal de los proyectos de la cartera de una manera simultánea

La mayoría de los trabajos en el campo de la selección de una cartera de proyectos llevan a cabo, inicialmente, una elección de los proyectos que conforman la cartera, y después planifican su distribución, esto es, establecen en una segunda fase en qué momento debe comenzar cada una de las propuestas que componen la cartera. En este apartado justificaremos por qué resulta más adecuado llevar a cabo la selección y planificación de una manera conjunta.

Para ello consideremos el siguiente ejemplo. Supongamos que una determinada empresa pretende seleccionar y planificar los proyectos de una cartera para un horizonte temporal de planificación concreto, como pueden ser los 4 próximos años, y dispone de la siguiente información:

- Recursos tipo A (Mano de obra). Dispone de 10 trabajadores al año.
- Recursos tipo B (Presupuesto). Cuenta con 1.000€/año para la financiación de la cartera.

La distribución de los recursos necesarios para cada uno de los 6 proyectos candidatos viene representada en la Tabla 1.

Tabla 1. Necesidades de recursos de cada uno de los proyectos candidatos.

Proyectos/Recursos	Tipo A (Mano obra / año)	Tipo B (Presupuesto / año)	Tipo C (Duración)
p_1	3	300€	2 años
p_2	4	600€	4 años
p_3	4	500€	2 años
p_4	3	200€	4 años
p_5	11	50€	1 año
p_6	7	800€	2 años
Total Recursos Disponibles	10	1.000€	4 años

Como información adicional, se conoce que los expertos han establecido que no existe ninguna preferencia por la realización de uno u otro proyecto, y que además se intentará buscar aquella cartera que permita, con los recursos disponibles, financiar la mayor cantidad de proyectos posible.

Si inicialmente la empresa decidiese seleccionar una cartera de proyectos sin tener en cuenta la distribución de sus proyectos en el tiempo, se seleccionaría una CP suponiendo que todos comenzarían en el mismo momento y, posteriormente, se distribuirían estos proyectos en el horizonte de planificación decidiendo en qué momento debe comenzar cada uno de ellos. Las posibles alternativas a financiar serían:

- $\{p_1, p_3, p_4\}$ con el consiguiente consumo de recursos: tipo A ($3+4+3=10$ trabajadores al año); tipo B ($300+500+200=1.000€$).
- Otras posibles opciones: $\{p_1, p_2\}$, $\{p_1, p_3\}$, $\{p_1, p_4\}$, $\{p_2, p_4\}$, $\{p_3, p_4\}$, $\{p_4, p_6\}$ ó financiar individualmente alguno de los proyectos $\{p_1\}$, $\{p_2\}$, $\{p_3\}$, $\{p_4\}$ ó $\{p_6\}$.

Dado que en el ejemplo propuesto se estableció que se seleccionaría la cartera de proyectos compuesta por un mayor número de proyectos, en este caso se seleccionará $\{p_1, p_3, p_4\}$. Una vez realizada la selección anterior, tendríamos que planificar su distribución en el tiempo. Encontramos 3 posibles alternativas:

La primera de ellas, considera que todos los proyectos comienzan en el momento inicial (Fig. 1):

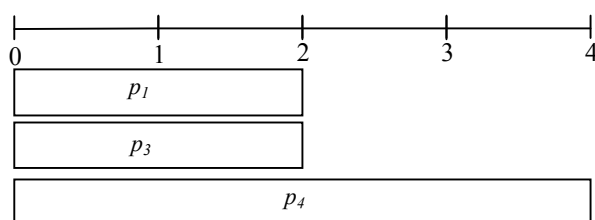


Figura 1.

La segunda y la tercera opciones quedan reflejadas en las Figuras 2 y 3. En ambos casos se pretende realizar una distribución más equilibrada de los recursos, no comenzando todos los proyectos en el momento inicial, sino que realizaremos una programación temporal más equilibrada. La planificación de los proyectos se muestra en las siguientes Figuras 2 y 3:

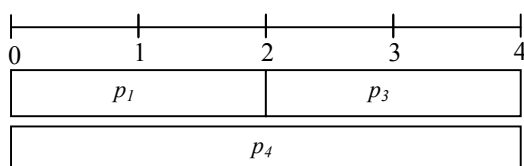


Figura 2.

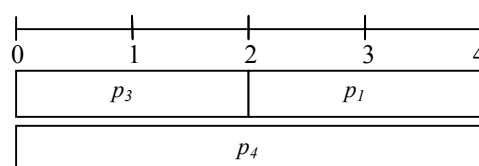


Figura 3.

Tabla 2. Consumo de recursos Tipo A y B por año para las Figuras 1, 2, 3 y 4.

Año	Figura 1				Figura 2			
	Consumo		Sobra		Consumo		Sobra	
	TipoA	TipoB	TipoA	TipoB	TipoA	TipoB	TipoA	TipoB
1°	3+4+3=10	300+500+200=1.000	0	0	3+3=6	300+200=500	4	500
2°	3+4+3=10	300+500+200=1.000	0	0	3+3=6	300+200=500	4	500
3°	3	200	7	800	4+3=7	500+200=700	3	300
4°	3	200	7	800	4+3=7	500+200=700	3	300
Año	Figura 3				Figura 4			
	Consumo		Sobra		Consumo		Sobra	
	TipoA	TipoB	TipoA	TipoB	TipoA	TipoB	TipoA	TipoB
1°	4+3=7	500+200=700	3	300	3+4+3=10	300+500+200=1.000	0	0
2°	4+3=7	500+200=700	3	300	3+4+3=10	300+500+200=1.000	0	0
3°	3+3=6	300+200=500	4	500	7+3=10	800+200=1.000	0	0
4°	3+3=6	300+200=500	4	500	7+3=10	800+200=1.000	0	0

Dado que seleccionar una cartera siguiendo el modo de actuar planteado, primero selección y después planificación, llevaría, como hemos observado, a que no se aprovecharan todos los recursos disponibles en todos los años, se podría plantear como alternativa realizar la selección y planificación de los proyectos al mismo tiempo (Fig. 4). Esta alternativa proporcionaría la siguiente cartera: $\{p_1, p_3, p_4, p_6\}$ permitiendo que no quede ningún recurso ocioso. La planificación temporal está reflejada en la Figura 4.

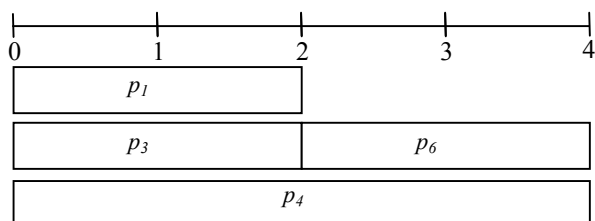


Figura 4.

De la Tabla 2 se desprende que esta última opción, selección y planificación conjuntas, nos permite aprovechar mejor los recursos disponibles.

La selección y planificación conjuntas trata de determinar qué proyectos llevar a cabo, así como el instante en el que deben ponerse en marcha, de manera que se alcancen los objetivos perseguidos, con la condición de que en ningún momento sean rebasadas las disponibilidades financieras, de personal, etc. y que además se verifiquen las restricciones de temporalidad, complementariedad e interdependencias entre los proyectos, así como otros requisitos (estratégicos, de segmentación, políticos, etc.) que pueda tener la organización.

Esta flexibilidad temporal, en cuanto al inicio de los proyectos en el horizonte de planificación, conlleva que puedan aparecer relaciones de precedencia entre algunos proyectos, es decir, ciertos proyectos sólo se pueden iniciar si hay otros (sus precursores) que ya han finalizado o si ha transcurrido al menos un cierto número de periodos del inicio de estos últimos. Además, a la organización le puede interesar considerar la posibilidad de que no todos los proyectos seleccionados terminen dentro del horizonte temporal, decidiendo en el siguiente periodo si continuar o no con tales proyectos. De la misma forma, puede ocurrir que determinadas propuestas ya se hayan iniciado previamente y su elección sea obligada dentro del periodo de planificación considerado.

Este problema, que para el caso de pocas alternativas no parece más que un sencillo puzzle en el que simplemente deben ser encajadas cada una de sus piezas (proyectos candidatos), llega a convertirse en un problema complejo en el que existen gran cantidad de combinaciones, y por tanto, difícilmente resoluble si no se apoya en una adecuada herramienta cuantitativa que considere todos los aspectos.

b) Análisis del Tiempo y la Planificación a lo largo de los años

La combinación de selección y planificación temporal de proyectos ha sido poco contemplada en la literatura, quizás por la dificultad, anteriormente señalada, que conlleva su resolución práctica.

Los principales trabajos que la han considerado tienen como principal inconveniente que no contemplan las interacciones de recursos y/o beneficios entre proyectos tal y como se observa en los siguientes estudios ([13]; [26]; [45 a 48]).

Los únicos estudios que, a nuestro conocimiento, consideran conjuntamente el tiempo y las interrelaciones para la selección de una cartera de proyectos son [3]; [25]; [41]; [42] y [49]. Los trabajos [3] y [49] presentan como principales inconvenientes que consideran que todos los proyectos deben finalizar dentro del horizonte temporal, que los recursos sobrantes de un periodo no pueden ser trasladados a periodos sucesivos y que trabaja muy rígidamente con las interdependencias (sólo admite interdependencias dos a dos) por lo que no permite flexibilidad en el modelo. Por otro lado, encontramos que en [25]; [41] y [42] aunque se consideran las interrelaciones y el tiempo como un factor importante, todos los proyectos seleccionados deben comenzar en el momento inicial.

En consecuencia, no encontramos un trabajo que contemple simultáneamente los siguientes aspectos: flexibilidad en cuanto al inicio de los proyectos en el horizonte temporal, variabilidad de los recursos a consumir en cada periodo, permitiendo, cuando sea posible, traspasar recursos que sobren al periodo siguiente. Todo ello unido a que el valor de las interrelaciones pueda ser diferente dependiendo del momento de tiempo, y la consideración de múltiples objetivos para la valoración de los proyectos. En este sentido, la propuesta que presentamos en el epígrafe 3 es global y atiende todos los aspectos mencionados para llevar a cabo una adecuada selección y planificación de carteras de proyectos eficientes, y además permite incorporar en su estructura la valoración del nivel riesgo que los expertos concedan a los proyectos seleccionados. Este último aspecto será el que analizaremos a continuación en el epígrafe 2.4.

2.4. Análisis del Riesgo medido como fracaso o falta de éxito de los proyectos seleccionados

El riesgo según la Real Academia de la lengua Española (RAE) puede ser entendido como “la contingencia o proximidad de un daño” o “como cada una de las contingencias que pueden ser objeto de un contrato de seguro”. Tradicionalmente, y para el caso del estudio o valoración del riesgo de un proyecto, éste se ha considerado como la probabilidad de su fracaso, esto es, la falta de éxito del proyecto. Ya Roy en [50] lo define como la probabilidad de ocurrencia de un mal resultado futuro de un activo o proyecto. El nivel de riesgo viene motivado por factores tales como el desconocimiento o falta de exactitud de los costes reales, futuros beneficios, así como condiciones cambiantes del entorno (factores políticos, sociales, medioambientales, etc.). Esta dificultad ha llevado a que a lo largo de los años se haya realizado un tratamiento poco profundo del análisis del riesgo, tal y como establecen los estudios [18]; [23]; [51 a 58]; entre otros.

Dentro del campo de la selección de proyectos, el factor riesgo puede ser medido a través de muy diferentes técnicas. [58] establece como las más usuales: análisis de sensibilidad, análisis score (donde un score negativo es asignado al riesgo), análisis de simulación, árboles de decisión, valor esperado con una tasa de descuento ajustada al riesgo, etc. Sin embargo, la mayoría de estas técnicas sólo se pueden utilizar para valorar alternativas si las probabilidades de éxito y posibles resultados de cada una de ellas son conocidos, lo cual es bastante difícil para el caso de proyectos no financieros.

El problema de trabajar con análisis de probabilidades para seleccionar proyectos se encuentra en que éste considera conceptos estocásticos, por lo que es necesario conocer todos los posibles estados futuros de cada uno de los proyectos candidatos, junto con sus probabilidades de ocurrencia de cada uno de los estados posibles que, normalmente, sólo son conocidas a posteriori. Para solventar este problema, otra

forma tradicional de actuar consistía en desarrollar y construir la función de distribución acumulada de riesgo, para cada uno de los proyectos. Generalmente esta función de distribución acumulada se calcula utilizando datos históricos para la estimación de frecuencias relativas. El problema se encuentra en que para el caso de proyectos no financieros, como cada posible proyecto está afectado por diferentes factores, futuros acontecimientos y oportunidades, la mayoría de la información requerida es incierta y muchas veces poco fiable, ya que cada proyecto es único e irrepetible. Esto lleva a que el conocimiento exacto de frecuencias relativas no puede simplemente ser asumido desde los datos procedentes de otros proyectos, como puede ocurrir con otro tipo de problemas en los que se valora el riesgo, por ejemplo, activos financieros o proyectos que se lleven a cabo de manera repetida en la industria. Así, mientras la teoría de la probabilidad puede ser muy útil para muchos estudios de riesgo, para el caso de la selección de proyectos no financieros no parece que aporte una adecuada solución.

Esta dificultad de medir el riesgo, y más aún de medir el riesgo de una cartera de proyectos, ha llevado a que muchos autores consideren el análisis del riesgo de manera subjetiva, aceptando la *medición del riesgo a través de la valoración aportada por expertos*, tal y como se desprende de numerosos estudios presentados en la última década ([3]; [21]; [23]; [24]; [49]; [59]; etc.). Todos ellos incorporan en sus respectivos modelos un objetivo relativo al riesgo de la cartera. En algunos casos, el valor de riesgo asignado por los expertos a cada proyecto (r_i) es el coeficiente de la variable correspondiente, y dicho valor es obtenido como media de diferentes aspectos. Si no se contemplan interdependencias entre proyectos, el riesgo total de la cartera vendría dado por la siguiente expresión:

$$\sum_{i=1}^N r_i \cdot x_i \tag{7}$$

[3] y [23] contemplan el riesgo del proyecto i (r_i) como su probabilidad de fallo, y utilizan este coeficiente para obtener el beneficio esperado, tal y como aparece en la expresión (donde tampoco se consideran interdependencias):

$$\sum_{i=1}^N r_i \cdot b_i \cdot x_i \tag{8}$$

[59] aborda la medición del riesgo de una manera interesante, como la varianza de las puntuaciones dadas por m expertos a cada proyecto. Según ellos, un proyecto presenta más riesgo cuanto mayor dispersión exista en las opiniones de los expertos en relación al éxito de cada uno de los proyectos. Al igual que ocurría con los estudios anteriores, a pesar de conocer la importancia de la reducción del riesgo dentro de una cartera, consideran el riesgo como suma aditiva, y no tienen en cuenta la reducción (o aumento) del riesgo producido por la realización de más de un proyecto conjuntamente.

En esta línea, hay autores que señalan que la selección de un conjunto de proyectos podría reducir el nivel de riesgo de la cartera, tal y como refleja la teoría de diversificación de la inversión [60], y los estudios [13]; [14] y [61]. Pero también podría ser posible que el riesgo total de la cartera se incrementase por la realización de demasiados proyectos en un mismo momento, tal y como se indica en [62] y [63] quienes indican que no es beneficioso invertir en más proyectos de los que posteriormente puedan ser llevados a cabo o gestionados por la organización, aumentando por tanto la probabilidad de fracaso. En esta línea, hay autores que propugnan la búsqueda de una cartera equilibrada en el sentido de buscar una mezcla de proyectos con diferentes niveles de riesgo y ello se modeliza mediante la incorporación de restricciones [13] en el modelo tales como la que se muestra a continuación:

$$\sum_{i \in S_r} c_i \cdot x_i \leq \lambda \sum_{i=1}^N c_i \cdot x_i \tag{9}$$

donde S_r es el conjunto de proyectos con alto riesgo y λ es el porcentaje máximo permitido de inversión en proyectos arriesgados.

En el modelo propuesto se considerará que tanto la valoración del nivel de riesgo de cada proyecto individual como el incremento o decremento producido por la interacción en la cartera será la que

concedan los expertos, dejando abierta la posibilidad de considerarlo como un objetivo adicional a minimizar o como una restricción fijando el centro decisor una cota superior del riesgo que está dispuesto a asumir.

No obstante, hemos de señalar que también existen algunos trabajos que abordan el riesgo entendiendo que éste puede deberse a la incertidumbre con la que se conocen ciertos parámetros en el modelo y utilizando la programación matemática estocástica [64] o la programación matemática difusa [65]. Esta vía constituye una futura línea de investigación en nuestro trabajo.

3. Formulación del modelo

En esta sección presentamos un modelo global y flexible que contempla todos los factores analizados en la sección 2, en concreto:

- Incorpora todos los objetivos perseguidos por la organización. Algunas de ellas pueden ser consideradas por periodo de tiempo, y otras pueden estar agregadas temporalmente, de acuerdo a las pretensiones del centro decisor.
- Incorpora restricciones temporales y limitaciones técnicas que sean establecidas por los decisores, como son proyectos de obligada selección, relaciones de precedencia entre proyectos, requisitos de carácter estratégico, político, etc.
- Incorpora el valor de las sinergias en dicho proceso de selección, tanto en los objetivos como en algunas restricciones, permitiendo que dicho valor pueda ser diferente dependiendo del momento temporal en el que se origine.
- Permite que los proyectos pueden comenzar en cualquier periodo del horizonte temporal. Esto flexibiliza el modelo permitiendo, cuando la organización lo desee, que alguno/s de lo/s proyectos puedan o no terminar dentro del horizonte de planificación considerado, de manera que cuando comience un nuevo periodo de planificación el decisor incorpore en el modelo sus preferencias en cuanto a la continuidad o no de dicho proyecto.
- Que se transvasen los recursos no utilizados en un periodo al siguiente, facilitando incluso para el caso de recursos evaluables económicamente que estos sean capitalizados a la tasa de interés que determine el centro decisor.
- Introduce el riesgo de manera flexible, dando cabida a cualquier tipo de análisis sobre el mismo, ya sea como un objetivo a minimizar o como una restricción a tener en cuenta. En ambos casos, se pueden incluir interrelaciones temporales, si existen.

En nuestra formalización consideraremos que la organización tiene I propuestas de proyectos candidatos, entre los cuales tiene que seleccionar las mejores carteras según un conjunto de objetivos y respetando ciertas restricciones. Además, se quiere especificar cuándo debe comenzar cada proyecto seleccionado dentro del horizonte temporal considerado, el cual se ha dividido en T periodos. De acuerdo con todo ello, denotaremos por x_{it} ($i = 1, 2, \dots, I$; $t = 1, 2, \dots, T$) las variables de decisión de nuestro modelo. Estas variables son dicotómicas y tomarán el valor 1 si el proyecto i se incorpora a la cartera en el instante t ó el valor 0 en caso contrario. En consecuencia, $x = (x_{11}, \dots, x_{1T}, x_{21}, \dots, x_{2T}, \dots, x_{I1}, \dots, x_{IT})$ es un vector de $T \cdot I$ variables binarias que representa una cartera.

El modelo general utilizado presenta la siguiente formulación matemática:

$$\text{Optimizar}_x \left\{ \begin{array}{l} C_{q,k}(x) = \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^k c_{i,q,k+1-t} x_{it} + \sum_{j=1}^s g_{jk}(x) \cdot a_{jqk}, \quad q = 1, \dots, \hat{Q}; \quad k = 1, \dots, T \\ C_q(x) = \sum_{k=1}^T w_{qk} C_{q,k}(x) \quad q = \hat{Q} + 1, \dots, Q \end{array} \right. \quad (10)$$

Sujeto a

$$\sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^k r_{i,u,k+1-t} x_{it} + \sum_{j=s+1}^S g_{jk}(x) \cdot a_{j,u,k} \leq R_{u,k} \quad u = 1, \dots, \hat{U}; \quad k = 1, \dots, T \quad (11a)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^k r_{i,u,k+1-t} x_{it} + \sum_{j=s+1}^S g_{jk}(x) \cdot a_{j,u,k} \leq \left(R_{u,k-1} - \left(\sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^{k-1} r_{i,u,k-t} x_{it} + \sum_{j=s+1}^S g_{jk-1}(x) \cdot a_{j,u,k-1} \right) \right) \left(1 + Tasa_u(k) \right) + R_{u,k} \quad (11b)$$

$$u = \hat{U} + 1, \dots, U; \quad k = 1, \dots, T$$

$$\left(\sum_{i \in A_j} \sum_{t=k-di+1}^k x_{it} \right) - m_j + 1 \leq I \cdot g_{jk}^m(x) \leq \left(\sum_{i \in A_j} \sum_{t=k-di+1}^k x_{it} \right) - m_j + I \quad (j = 1, 2, \dots, S) \quad (12)$$

$$M_j - \left(\sum_{i \in A_j} \sum_{t=k-di+1}^k x_{it} \right) + 1 \leq I \cdot g_{jk}^M(x) \leq M_j - \left(\sum_{i \in A_j} \sum_{t=k-di+1}^k x_{it} \right) + I \quad (j = 1, 2, \dots, S) \quad (13)$$

$$b^{low}(k) \leq B(k) \cdot \begin{pmatrix} \sum_{t=k+d_1-1}^k x_{1t} \\ \dots \\ \sum_{t=k+d_l-1}^k x_{lt} \end{pmatrix} \leq b^{upp}(k) \quad k = 1, \dots, T \quad (14)$$

$$b^{low} \leq B \cdot \begin{pmatrix} \sum_{t=1}^T x_{1t} \\ \dots \\ \sum_{t=1}^T x_{lt} \end{pmatrix} \leq b^{upp} \quad (15)$$

$$CL \leq \sum_{t=1}^T x_{it} \leq 1 \quad \forall i \in I, \quad CL = \{0, 1\} \quad (16)$$

$$\alpha \cdot \sum_{t=1}^T x_{it} \leq \sum_{t=1}^T t \cdot x_{it} \leq \beta \quad \forall i \in E \quad (17)$$

$$\sum_{t=1}^T x_{it} \geq \sum_{t=1}^T x_{it} \quad i \in P_l \quad (18)$$

$$\sum_{t=1}^T x_{it} \cdot \left(\sum_{t=1}^T t \cdot x_{it} + f_i \right) \leq \sum_{t=1}^T t \cdot x_{it} \leq \sum_{t=1}^T t \cdot x_{it} + F_i \quad \forall i \in P_i \quad (19)$$

$$x_{it} \in \{0, 1\}$$

En este modelo las funciones objetivo están definidas en (10). Se presenta un modelo multiobjetivo en el que se considera que la organización quiere evaluar las carteras en función de un conjunto de atributos q (cash-flow, ventas, riesgo, etc.). Aquí $C_{q,k}(x)$ está compuesto por dos términos: el primero representa la adición del valor de cada uno de los proyectos seleccionados y el segundo incorpora el valor producido por las interrelaciones entre proyectos. Vale la pena señalar que ambos términos dependen del instante específico en el que cada proyecto i se encuentra en el periodo k . De este modo, si el proyecto i comienza en el periodo temporal t y tiene una duración de d_i periodos, entonces, este proyecto se encontraría en el instante de ejecución $k+1-t$ en el periodo k y contribuiría con $c_{i,q,k+1-t}$ al atributo q en ese periodo. Para considerar las sinergias o relaciones entre proyectos, la organización debe especificar

diferentes subconjuntos de proyectos A_j de manera tal que si en el periodo k la cartera de proyectos seleccionada contiene un número de proyectos que es, al menos, igual a m_j y, como mucho igual a M_j , se produce un incremento (o decremento) de valor $a_{j,q,k}$ (sinergia j , $j = 1, \dots, s$) en el atributo q ($q = 1, \dots, \hat{Q}$). Además la organización podría estar interesada en optimizar el valor agregado ponderado de algunos atributos ($q = \hat{Q} + 1, \dots, Q$), de los diferentes periodos de tiempo. En este caso, las funciones objetivo se representarían por $C_{qk}(x)$ donde $w_{q,k}$ es el peso o ponderación que se asigna a la función q -ésima en el periodo k .

El conjunto factible está definido por las ecuaciones (11a-19). Las restricciones temporales (para cada periodo k) vienen especificadas por las expresiones (11a-14), y las globales (aquellas que no dependen del periodo temporal) están recogidas por (15-19).

En particular, las restricciones (11a) y (11b) determinan la disponibilidad de recursos para cada periodo, y tienen la misma estructura que las funciones objetivo (10), es decir, son restricciones que recogen posibles interacciones que pueden existir entre algunos subgrupos de proyectos. En este caso $R_{u,k}$ denota la disponibilidad total de recurso de tipo u ($u = 1, \dots, \hat{U}$) para el periodo de tiempo k , y $r_{i,u,k+1-t}$ es la cantidad de recurso u consumido por el proyecto i que comenzó en t . La diferencia entre estas dos expresiones ((11a) y (11b)) se encuentra en que la segunda hace referencia a aquellos recursos (por ejemplo, presupuesto) ($u = \hat{U} + 1, \dots, U$) que, si no son completamente consumidos en un periodo, pueden transferirse al periodo siguiente utilizando la correspondiente tasa de interés ($Tasa_u(k)$).

Las expresiones (12-13) son restricciones técnicas que fuerzan a que $g_{jk}(x)$ valga 1 si se verifica la sinergia j ($j = 1, 2, \dots, S$) en el instante k , y 0 en caso contrario.

Las restricciones lineales quedan reflejadas a través de (14) y (15). La primera recoge las consideraciones que imponga la organización sobre los proyectos activos que pueden componer la cartera en cada periodo k , pero que no dependen del instante interno de ejecución de tales proyectos. En cambio, (15) hace referencia a restricciones lineales que son independientes del periodo temporal y nos permite especificar, por ejemplo, que diferentes versiones de un mismo proyecto no pueden pertenecer a una misma cartera. Se ha de tener en cuenta que el proyecto i -ésimo estará activo en el periodo k si, y sólo si,

$$\sum_{t=k-d_i+1}^k x_{it} = 1.$$

La expresión (16) es una restricción que establece que cada proyecto, si se selecciona, solo puede comenzar una vez dentro del horizonte temporal. Además esta restricción permite que los decisores establezcan que un proyecto es de obligada selección estableciendo que la cota inferior CL sea igual a 1. La restricción (17) establece unas determinadas cotas, esto es, un límite superior β e inferior α para determinar el periodo dentro del cual ciertos proyectos deben comenzar.

Las dos últimas desigualdades formalizan las relaciones de precedencia entre proyectos. La desigualdad (18) especifica que un proyecto l no puede seleccionarse salvo que sus precursores (P_l) ya hayan sido seleccionados, y (19) especifica que un proyecto l no puede comenzar hasta que no hayan pasado un número fijo de periodos, al menos (f_l) y como mucho (F_l), desde el momento de inicio de sus precursores.

Para resumir, el modelo descrito por las expresiones (10)-(19) es un modelo de programación multiobjetivo con variables binarias y con una estructura no lineal que permite la selección de carteras de proyectos eficientes en línea tanto con el conjunto de objetivos perseguidos por la organización, como por la planificación temporal de estos en relación al momento óptimo de inicio de cada uno de los proyectos que componen la cartera.

4. Conclusiones

De manera general, podemos concluir que el estudio que aquí presentamos ha servido para ejemplificar el proceso seguido en la construcción de un modelo matemático.

El primer paso consistió en realizar una revisión de la literatura, lo que nos llevó a identificar tanto las necesidades existentes en el campo de la selección de carteras de proyectos como a analizar, repasar e incorporar los avances y aspectos ya considerados por otros estudios, todo ello nos ha ayudado a justificar la idoneidad de presentar un modelo más general que los existentes en el campo de la selección y gestión de carteras hasta este momento, ya que, además de incorporar todos aquellos aspectos que han sido recogidos en trabajos anteriores (estudios parciales del problema), posee algunas características globalizadoras que han hecho que el modelo sea más completo.

De manera que revisar lo ya hecho, identificar necesidades y avances, incorporarlos en lo ya existente son las etapas del proceso seguido que se ha puesto de manifiesto en este trabajo. Para concluir, esperamos que nuestra propuesta de un modelo global sirva de alguna ayuda a la difícil tarea a la que se enfrentan los agentes decisores al resolver el problema de selección y planificación temporal de carteras, y la reflexión sobre el proceso seguido hasta llegar a hacernos más conscientes de la complejidad que conlleva incorporar los diferentes aspectos socioeconómicos en modelos matemáticos tal y como se ha realizado en este estudio.

Referencias bibliográficas

1. J.P. Martino, *Research and development project selection* (Wiley Series in Engineering & Technology Management, New York, 1995).
2. A.D. Henriksen and A.J. Traynor, A practical R&D project selection scoring tool, *IEEE Transactions on Engineering Management* **46**, 2 (1999) 158-170.
3. M.W. Dickinson, A.C. Thornton and S. Graves, Technology portfolio management: optimizing interdependent projects over multiple time periods, *IEEE Transactions on Engineering Management* **48**, 4 (2001) 518-527.
4. A.F. Carazo, T. Gómez, F. Guerrero and R. Caballero, Evaluación y clasificación de las técnicas utilizadas por las organizaciones, en las últimas décadas, para seleccionar proyectos, *Revista de Métodos Cuantitativos para la economía y la empresa* **5** (2008) 67-115.
5. N.P. Archer and F. Ghasemzadeh, An integrated framework for project selection, *International Journal of Project Management* **17**, 4 (1999) 207-216.
6. R.G. Cooper, S.J. Edgett and E.J. Kleinschmidt, New product portfolio management: practices and performance, *The Journal of Product Innovation Management* **16**, 4 (1999) 333-350.
7. L.D. Dye and J.S. Pennypacker, An introduction to project portfolio management, in *Project Portfolio Management: selecting and prioritizing projects for competitive advantage*, eds. L.D. Dye and J.S. Pennypacker, (West Chester, PA, USA: Center for Business Practices, XI-XVI, 1999).
8. C. Chien, A portfolio-evaluation framework for selecting R&D projects, *R&D Management* **32**, 4 (2002) 359-368.
9. N.P. Archer and F. Ghasemzadeh, Project portfolio selection techniques: a review and suggested integrated approach, in *Project Portfolio Management: selecting and prioritizing projects for competitive advantage*, eds. L.D. and J.S. Pennypacker (West Chester, PA, USA: Center for Business, 1999), pp. 207-237.
10. A.F. Carazo, T. Gómez, J. Molina, J. Hernández-Díaz, F. Guerrero and R. Caballero, Solving a Comprehensive Model for Multi-Objective Project Portfolio Selection, *Computers and Operations Research* **37**, 4 (2010) 630-639.
11. A.F. Carazo, Un estudio Holístico de la selección y planificación temporal de carteras de proyectos, *Rect@* **9**, 1 (2008) 5-45.
12. N.R. Baker, R&D project selection models: an assessment, *IEEE Transactions on Engineering Management*, **EM-21**, 4 (1974) 165-171.
13. F. Ghasemzadeh, N. Archer and P. Iyogun, A zero-one model for project portfolio selection and scheduling, *Journal of the Operational Research Society* **50**, 7 (1999) 745-755.

14. S.B. Graves and J.L. Ringuest, *Models & methods for project selection: concepts from management science, finance and information technology* (Kluwer Academic Publishers, Boston, 2003).
15. J.H. Lorie and L.J. Savage, Three problems in capital rationing, *Journal of Business* **28** (1955) 229-239.
16. H.M. Weingartner, *Mathematical programming and the analysis of capital budgeting problems* (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New York, 1963).
17. S.C. Myers, A note on linear programming and capital budgeting, *Journal of Finance* **27** (1972) 89-92.
18. A.F. Czajkowski and S. Jones, Selecting interrelated R&D projects in space technology planning, *IEEE Transactions on Engineering Management*, **EM-33**, 1 (1986) 17-24.
19. J.L. Ringuest and S.B. Graves, The linear multi-objetive R&D project selection problem, *IEEE Transactions on Engineering Management* **36**, 1 (1989) 54-57.
20. M.J. Schniederjans and R.L. Wilson, Using the analytic hierarchy process and goal programming for information system project selection, *Information & Management* **20**, 5 (1991) 333-342.
21. R. Santhanam and J. Kyparisis, A multiple criteria decision model for information system project selection, *Computers and Operations Research* **22**, 8 (1995) 807-818.
22. J.W. Lee and S.H. Kim, An integrated approach for interdependent information system project selection, *International Journal of Project Management* **19**, 2, (2001) 111-118.
23. M.A. Badri, D. Davis and D. Davis, A comprehensive 0-1 goal programming model for project selection, *International Journal of Project Management* **19**, 4 (2001) 243-252.
24. J. Klapka and P. Piños, Decision support system for multicriterial R&D and information systems projects selection, *European Journal of Operational Research* **140**, 2 (2002) 434-446.
25. C. Stummer and K. Heidenberger, Interactive R&D portfolio analysis with project interdependencies and time profiles of multiple objectives, *IEEE Transactions on Engineering Management* **50**, 2 (2003) 175-183.
26. A.L. Medaglia, D. Hueth, J.C. Mendieta and J.A. Sefair, A multiobjetive model for the selections and timing of public enterprise projects, *Socio-Economic Planning Sciences* **42**, 1 (2008) 31-45.
27. J. Gaytán and J. García, Multicriteria decision on interdependent infrastructure transportation projects using an evolutionary-based framework, *Applied Soft Computing* **9** (2009) 512-526.
28. R. Santhanam and J. Kyparisis, A decision model for interdependent information system project selection, *European Journal of Operational Research* **89**, 2 (1996) 380-399.
29. G.E. Fox, N.R. Baker and J.L. Bryant, Economic Models for R and D Project Selection in the Presence of Interactions, *Management Science* **30**, 7 (1984) 890-902.
30. S. Reiter, Choosing an investment program among interdependent projects, *Review of Economic Studies* **30**, 82 (1963) 32-36.
31. A. Reisman, A capital budgeting approach for interrelated projects, *Journal of Industry Engineering* **26**, (1965) 59-64.
32. H.M. Weingartner, Capital budgeting of interrelated projects: survey and synthesis, *Management Science* **12** (1966) 485-516.
33. S. Reiter and D.B. Rice, Discrete optimization solution procedures for linear and nonlinear integer programming problems, *Management Science* **12**, (1966) 829-850.
34. Z. Ullmann, "Dynamic programming and the capital allocation problem", Ph.D. thesis (The Johns Hopkins University, Baltimore, MD, 1967).
35. R.T. Schmidt, A model for R&D project selection with combined benefit, outcome a resource interactions, *IEEE Transactions on Engineering management* **40**, 4 (1993) 403-410.
36. T.E. Gear and G.C. Cowie, A note on modeling project interdependence in research and development, *Decision Sciences* **2**, 4 (1980) 738-748.
37. F.S. Hillier, Chance-constrained programming with 0-1 or bounded continuous decision variables, *Management Science* **14**, 1 (1967) 34-51.
38. D. Verma and K.K. Sinha, Toward a theory of project interdependencies in high tech R&D environments, *Journal of Operations Management* **20**, 51 (2002) 451-468.

39. C.T. Spradlin and D.M. Kutoloski, Action-oriented portfolio management, *Research Technology Management* **42**, 2 (1999) 26-32.
40. J.W. Lee and S.H. Kim, Using analytic network process and goal programming for interdependent information system project selection, *Computers & Operations Research* **27**, 4, (2000) 367-382.
41. K.F. Doerner, W.J. Gutjahr, R.F. Hartl, C. Strauss and C. Stummer, Pareto ant colony optimization: a metaheuristic approach to multiobjective portfolio selection, *Annals of Operations Research* **131**, 1-4 (2004) 79-99.
42. K.F. Doerner, W.J. Gutjahr, R.F. Hartl, C. Strauss and C. Stummer, Pareto ant colony optimization with ILP preprocessing in multiobjective project portfolio selection, *European Journal of Operational Research* **171**, 3 (2006) 830-841.
43. P. Mild, "Multicriteria portfolio analysis for strategic resource allocation", Ph.D. thesis (Helsinki University of Technology, 2005).
44. L.R. Ireland, Managing multiple projects in 21st century, in: *Managing Multiple Projects: Planning, Scheduling and Allocating Resources for Competitive Advantage*, eds. L.D. Dye and J.S. Pennypacker (New York, USA: Marcel Dekker Publishers, Centre for Business Practices 2002), pp. 21-33.
45. Y.H. Chun, Sequential decisions under uncertainty in the R&D project selection problem, *IEEE Transactions on Engineering Management* **41**, 4 (1994) 404-413.
46. M.A. Coffin and B.W. Taylor, Multiple criteria R&D project selection and scheduling using fuzzy logic, *Computers and Operations Research* **23**, 3 (1996) 207-220.
47. M.A. Coffin and B.W. Taylor, R&D project selection and scheduling with a filtered beam search approach, *IIE Transactions* **28**, 2 (1996) 167-176.
48. H. Sun and T. Ma, A packing-multiple-boxes model for R&D project selection and scheduling, *Technovation* **25**, 11 (2005) 1355-1361.
49. M. Rabbani, M. Aramoon and G. Khoshkhou, A multiple-objective particle swarm optimization for project selection problem. *Expert Systems with Applications* **37**,1 (2010) 315-321.
50. A.D. Roy, Safety first and the holding of asset, *Econometrics* **20** (1952) 431-449.
51. F.W. McFarlan, Portfolio approach to information systems, *Harvard Business Review* **59**, 5 (1981) 142-150.
52. S.B. Graves and J.L. Ringuest, Evaluating a portfolio of R&D investment, *The Journal of High Technology Management Research* **7**, 1 (1996) 53-60.
53. G.L. Tritle, E.F.V. Scriven and A.R. Fufeld, Resolving uncertainty in R&D portfolios, *Research Technology Management* **43**, 6 (2000) 47-55.
54. R. Carter and D. Edwards, Financial analysis extends management of R&D, *Research Technology Management* **44**, 5 (2001) 47-57.
55. J.L. Ringuest, S.B. Graves and R.H. Case, Formulating R&D portfolios that account for risk, *Research Technology Management* **42**, 6 (1999) 40-43.
56. J.L. Ringuest, S.B. Graves and R.H. Case, Conditional stochastic dominance in R&D portfolio selection, *IEEE Transaction on Engineering Management* **47**, 4 (1999) 478-484.
57. J.L. Ringuest, S.B. Graves and R.H. Case, Mean-Gini analysis in R&D portfolio selection, *European Journal of Operational Research* **154**, 1 (2004) 157-169.
58. R.M. Ghaeli, J. Vavrik and G. Nasvadi, Multicriteria project portfolio selection. Case study for intelligent transportation systems, *Transportation Research Record* **1848** (2003) 125-131.
59. C.Z. Rădulescu and M. Rădulescu, Project portfolio selection models and decision support, *Studies in Informatics and Control* **10**, 4 (2001) 275-286.
60. H.M. Markowitz, *Portfolio selection: efficient diversification of investments* (Wiley, New York, 1959).
61. J.S. Pennypacker and L.D. Dye, Project portfolio management and managing multiple projects: two sides of the same coin, in *Managing Multiple Projects: Planning, Scheduling and Allocating Resources for Competitive Advantage*, eds. L.D. Dye and J.S. Pennypacker (New York, USA: Marcel Dekker Publishers, Centre for Business Practices, 2002), pp. 1-19.

62. R.G. Cooper and S.J. Edgett, Overcoming the crunch in resources for new product development, *Research Technology Management* **46**, 3 (2003) 48-58.
63. M. Martinsuo and P. Lehtonen, Role of single-project management in achieving portfolio management efficiency, *International Journal of Project Management* **25** (2007) 56-65.
64. A.L. Medaglia, S.B. Graves and J.L. Ringuest, Multiobjective evolutionary approach for linearly constrained project selection under uncertainty, *European Journal of Operational Research* **179**, 3 (2007) 869-894.
65. K.K. Damghani, S. Sadi-Nezhad and M.B. Aryanezhad, A modular Decision Support System for optimum investment selection in presence of uncertainty: Combination of fuzzy mathematical programming and fuzzy rule based system, *Expert Systems with Applications* **38**, 1 (2011) 824-834.