

## **EL SECTOR TEXTIL EN LA ZONA DEL ALCOIÀ. UN ANÁLISIS FUZZY DE EFICIENCIA**

**PLA FERRANDO LEONOR<sup>1</sup>**

*mpla@mat.upv.es*

*Universidad Politécnica de Valencia/ Departamento Matemática Aplicada  
Plaza Ferrandiz Carbonell/ 03801 Alcoy*

**PÉREZ CANTO JUAN CARLOS<sup>2</sup>**

*jpc4655@telefonica.net*

*IES Andreu Sempere  
Alcoy*

**CASASÚS ESTELLES TRINIDAD<sup>3</sup>**

*trinidad.casasus@uv.es*

*Universidad de Valencia/ Departamento Matemáticas para la Economía y la Empresa  
Campus dels Tarongers, 46022 Valencia*

Recibido 27/03/2012

Revisado 03/09/2012

Aceptado 02/10/2012

**RESUMEN:** En este trabajo presentamos una selección de modelos para analizar la eficiencia de un conjunto de unidades de toma de decisión, DMUs, y la ordenación de éstas teniendo en cuenta su nivel de eficiencia. Normalmente, los datos que se manejan para el análisis suelen estar afectados de incertidumbre que difícilmente admite un tratamiento aleatorio. En este contexto el uso de modelos de análisis de eficiencia fuzzy, en concreto Data Envelopment Analysis Fuzzy Models, resultan muy útiles. Para ilustrar las propuestas aplicamos los modelos a la evaluación y clasificación de un grupo de empresas textiles de las zonas de Alcoi, Cocentaina y Muro en Alicante.

**Palabras claves:** Fuzzy Mathematical Programming, Fuzzy DEA Models, Ranking Fuzzy Numbers.

**SUMMARY:** In this paper we present some models to analyze the efficiency of a set of Decision Making Units, DMUs, and the ordination of them taking into account their level of efficiency. Typically, the data that are managed for the analysis are often affected of uncertainty that hardly support a random treatment. In this context models using fuzzy efficiency analysis, in particular Fuzzy Data Envelopment Analysis Models, are very useful. To illustrate, the proposed models are applied to the evaluation and classification of a group of textile companies in the areas of Alcoy, Cocentaina and Muro in Alicante.

**Keywords:** Fuzzy Mathematical Programming, Fuzzy DEA Models, Ranking Fuzzy Numbers.

## 1. Introducción

La evaluación de la eficiencia ha adquirido en los últimos años un gran interés en el ámbito empresarial, entendiendo por eficiencia el uso más adecuado de los recursos disponibles para obtener la mayor cantidad de productos o beneficios posibles. En este sentido, la eficiencia está ligada al aprovechamiento óptimo de los recursos.

Entre los métodos más utilizados para la medición de la eficiencia se encuentra el Análisis Envolvente de Datos DEA, que surge como una extensión del trabajo de Farrell [1] que proporciona una medida satisfactoria de la eficiencia productiva [2].

La competitividad de las empresas, entendida como que el coste final del producto coincida con la voluntad de pago del potencial cliente [2], si bien no es sinónimo de eficiencia, al menos ésta se erige en un determinante directo de su nivel de competitividad ([3], [4]), en un elemento de especial importancia para el análisis del posicionamiento competitivo de las empresas, así como en un método que fija de modo esencial sus estrategias [5].

La utilización eficiente de los recursos productivos representa una estrategia que permite a la empresa mejorar su rentabilidad. Así pues, no cabe separar completamente la eficiencia y el conjunto de acciones posibles para ser competitivos [3]; al contrario, su presencia facilita la competitividad y, por ello, la existencia de competidores induce a la búsqueda de la eficiencia [6], aunque también es cierto que la eficiencia no agota el conjunto de estrategias para el logro de la competitividad.

Por otro lado, las técnicas tradicionales de análisis de eficiencia asumen que los planes de producción se conocen con precisión y se desarrollan bajo la hipótesis de que los valores de los inputs y los outputs son determinados con certeza. Sin embargo en el mundo real muchos procesos de producción involucran a menudo inputs y outputs que son muy difíciles de medir de una forma precisa, lo que sugiere que la disponibilidad de una metodología que permita el tratamiento de datos imprecisos podría resultar de gran utilidad.

El tratamiento de la incertidumbre en los modelos DEA puede hacerse desde planteamientos estocásticos o bien desde planteamientos fuzzy ([7], [8]). El planteamiento estocástico [9] requiere conocer o suponer y justificar alguna distribución de probabilidad sobre el error cometido en los datos o las ineficiencias. El planteamiento fuzzy es el que abordamos en nuestro trabajo porque no requiere ninguno de estos condicionamientos y la metodología es fácilmente ampliable a diferentes y variadas situaciones reales. Pensamos que puede ser de gran utilidad práctica.

Sin embargo rara vez es tenido en cuenta que, para tomar decisiones, puede no ser suficiente conocer simplemente si la empresa usa los recursos de manera más eficiente, por ello nos proponemos además establecer una clasificación de las empresas a partir de la ordenación fuzzy de sus eficiencias y que puede utilizarse como una primera aproximación al estudio de la competitividad relativa entre ellas.

Para ilustrar las propuestas aplicamos los modelos DEA fuzzy a la evaluación y clasificación de un grupo de empresas textiles de la zonas de Alcoi, Cocentaina y Muro en Alicante.

El trabajo se estructura como sigue. La sección 2 presenta la versión clásica del Análisis Envolvente de Datos (DEA), introduciendo a continuación el modelo DEA para datos imprecisos, y finalizando con una descripción de algunos procedimientos de clasificación. En la sección 3 se realiza una aplicación numérica a empresas de sector textil en particular a tres subsectores, acabados, hilatura y tejeduría obteniendo intervalos de eficiencia. Aplicamos los procedimientos descritos en la Sección 2 para ordenar las DMUs por índices y comparar entre ellos. Por último las conclusiones se presentan en la Sección 4, finalizando con las referencias bibliográficas utilizadas.

## 2. Metodología DEA

El análisis envolvente de datos (DEA), desarrollado por Charnes, Cooper y Rhodes [10] es un método extremal utilizado para estimar fronteras de producción y evaluar la eficiencia de un conjunto de unidades de toma de decisión que participan en un proceso de producción (DMUs). La metodología DEA ha

demostrado ser una poderosa herramienta para el análisis de la eficacia de una serie de DMUs (en términos de múltiples inputs y outputs) que calcula la eficiencia relativa de cada unidad con respecto al resto. Como método de frontera, DEA evalúa la decisión con respecto al nivel máximo de output posible con una combinación dada de inputs o con un nivel mínimo de inputs necesarios en la producción de un determinado nivel de outputs. Por otra parte, ya que este método es no paramétrico, el análisis de eficiencia no requiere ninguna hipótesis sobre la frontera de producción, la eficiencia de una unidad se define por comparación entre las que observamos como la mejor.

### 2.1. Modelos DEA

El modelo matemático básico formulado por Charnes, Cooper y Rhodes (CCR) [10] adopta la versión fraccional,

$$\begin{aligned}
 (MF) \ h_{j_0} &= \text{Max} \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj_0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0}} \\
 \text{s.a.} \quad &\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n, \\
 &u_r \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, s, \\
 &v_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m.
 \end{aligned} \tag{1}$$

La unidad productiva cuya eficiencia se calcula se denota por el subíndice  $j_0$ , las variables  $y_{rj}$  y  $x_{ij}$  representan, respectivamente, las cantidades de output  $r$  y de input  $i$  de la entidad  $j$ . Finalmente  $u_r$  y  $v_i$  representan las ponderaciones o pesos atribuidas al output  $r$  y al input  $i$  respectivamente. La resolución de este programa permite determinar los valores de las variables  $u_r$  y  $v_i$  y, por tanto, el índice de eficiencia  $h_{j_0}$  asignado a la unidad productiva evaluada.

Posteriormente Charnes, Cooper y Rhodes introducen una rectificación en el programa fraccional anterior. En concreto exigen que las ponderaciones sean estrictamente positivas, sustituyendo por restricciones de no negatividad por

$$\begin{aligned}
 u_{r0} &> \varepsilon, \quad r = 1, 2, \dots, s, \\
 v_{i0} &> \varepsilon, \quad i = 1, 2, \dots, m.
 \end{aligned}$$

siendo  $\varepsilon$  un número positivo suficientemente pequeño. Tal y como señalan Wong y Beasley [11] estas restricciones ofrecen dos ventajas: por una parte, asegura que el denominador del índice de eficiencia nunca sea nulo y, por otra parte, garantizan que todos los inputs y outputs sean considerados en la evaluación de la eficiencia de la entidad.

En la práctica, se suele utilizar el modelo dual de (MF) porque generalmente el número de restricciones es menor que en el caso primal y mucho menor que el número de DMUs. Este modelo llamado envolvente con orientación input es:

$$\begin{aligned}
 E_{j_0} &= \text{Min} \theta_{j_0} \\
 \text{s.a.} \quad &\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta_{j_0} x_{ij_0}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \\
 &\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{rj_0}, \quad r = 1, 2, \dots, s, \\
 &\lambda_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n.
 \end{aligned} \tag{2}$$

## 2.2. Modelos DEA con datos imprecisos

Un proceso de producción, o un mecanismo de servicio, por lo general consiste en manipular inputs a fin de obtener outputs, esto no significa que la medición sea sencilla. Las situaciones reales a menudo no son rígidas y deterministas y no pueden ser descritas con precisión, aunque se hayan fijado unas variables (inputs/outputs) que creamos que las describen. La descripción completa de un sistema real a menudo requerirá seguro más detalle del que un humano podría reconocer simultáneamente, procesar y comprender. En los últimos años han aparecido algunos modelos que permiten calcular la eficiencia teniendo en cuenta la incertidumbre. En estos casos puede ser más apropiado entender los parámetros como datos numéricos fuzzy que pueden ser representados mediante números fuzzy o incluso intervalos fuzzy. La teoría de conjuntos fuzzy es un instrumento eficaz y riguroso para solucionar los problemas en los que la fuente de imprecisión es la ausencia de un criterio claramente definido.

La teoría de conjuntos fuzzy fue concebida por Zadeh [12] en la década de los sesenta y su objetivo es incluir en el formalismo matemático la incertidumbre inherente a un gran número de fenómenos de diversa índole. En esencia, consiste en sustituir los conjuntos tradicionales o crisp<sup>1</sup>, a los cuales un elemento dado puede pertenecer o no, por los conjuntos fuzzy, caracterizados por la función de pertenencia que indican el grado de pertenencia de cada elemento  $x$  al conjunto fuzzy considerado. La potencia de esta teoría se debe a que a través de la pertenencia a un conjunto se puede modelizar cualquier situación.

El punto de vista que vamos a desarrollar es el de Kao y Liu [8].

Para tratar cuantitativamente la imprecisión en un proceso de decisión, Bellman y Zadeh [13] y Zadeh [14] introducen la noción de borrosidad. En el enfoque convencional de DEA, se han seleccionado un conjunto de pesos que satisfacen un conjunto de restricciones para dar la medida de eficiencia más alta posible para cada DMU. Cuando algunas observaciones son fuzzy, el objetivo y las restricciones en el proceso de decisión se convierten en fuzzy también. Dado que el modelo DEA es básicamente un programa lineal, una idea sencilla es la aplicación de las técnicas actuales de programación lineal fuzzy (LP) [15, 16, 17, 18, 19, 20,21] al problema DEA fuzzy. Desafortunadamente, la mayoría de las técnicas actuales [15, 16, 19, 20,21] sólo ofrecen soluciones crisp, y otros [17, 18] sólo son adecuados para los problemas específicos a pesar de que son capaces de producir distribuciones de probabilidad del valor objetivo óptimo. Hay artículos [22, 23, 24] que discuten las medidas de eficiencia cuando las observaciones son al azar. Sengupta [25] transforma un modelo estocástico de DEA a través de especificaciones de funciones de pertenencia para dar una interpretación de programación fuzzy. Sin embargo, sólo se proporcionan medidas de eficiencia crisp. La idea básica utilizada en Kaufmann [26] consiste en aplicar  $\alpha$ -cortes a partir de principio de extensión de Zadeh [27, 28, 29, 30] para transformar el modelo DEA fuzzy en una serie de modelos convencionales, DEA crisp. Los modelos convencionales se resuelven mediante la programación lineal pero en la versión dual del problema, porque es la que más se utiliza en Economía.

En un conjunto de  $n$  DMUS, supongamos que los  $m$  inputs y  $s$  outputs vienen determinados por los números fuzzy  $\tilde{X}_{ij}$  e  $\tilde{Y}_{rj}$  cuyas funciones de pertenencia son respectivamente  $\mu_{\tilde{X}_{ij}}$  y  $\mu_{\tilde{Y}_{rj}}$ . Los  $\alpha$ -cortes de estos números fuzzy pueden expresarse mediante intervalos del siguiente modo

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{ij} &= \left[ \min_{x_{ij}} \left\{ x_{ij} \in \tilde{X}_{ij} \mid \mu_{\tilde{X}_{ij}}(x_{ij}) \geq \alpha \right\}, \max_{x_{ij}} \left\{ x_{ij} \in \tilde{X}_{ij} \mid \mu_{\tilde{X}_{ij}}(x_{ij}) \geq \alpha \right\} \right] = \\ &= \left[ x_{ij}(\alpha)^L, x_{ij}(\alpha)^U \right], 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \tilde{y}_{rj} &= \left[ \min_{y_{rj}} \left\{ y_{rj} \in \tilde{Y}_{rj} \mid \mu_{\tilde{Y}_{rj}}(y_{rj}) \geq \alpha \right\}, \max_{y_{rj}} \left\{ y_{rj} \in \tilde{Y}_{rj} \mid \mu_{\tilde{Y}_{rj}}(y_{rj}) \geq \alpha \right\} \right] = \\ &= \left[ y_{rj}(\alpha)^L, y_{rj}(\alpha)^U \right], 1 \leq r \leq s, 1 \leq j \leq n, \end{aligned} \quad (4)$$

<sup>1</sup> El adjetivo crisp se utiliza como adjetivo opuesto a fuzzy.

Para incorporar los valores expresados en (3) y (4) al modelo (2), Kao y Liu proponen el modelo lineal fuzzy siguiente:

$$\begin{aligned}
 \tilde{E}_{j_0} &= \text{Min } \theta_{j_0} \\
 \text{s.a. } \sum_{j=1}^n \lambda_j \tilde{x}_{ij} &\leq \theta_{j_0} \tilde{x}_{ij_0}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \\
 \sum_{j=1}^n \lambda_j \tilde{y}_{rj} &\geq \tilde{y}_{rj_0}, \quad r = 1, 2, \dots, s, \\
 \lambda_j &\geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n.
 \end{aligned} \tag{5}$$

NOTA: En todo nuestro trabajo podemos suponer, sin pérdida de generalidad, que todas las observaciones son fuzzy, ya que los valores crisp se representan por funciones de pertenencia degeneradas.

Basado en el principio de extensión de Zadeh [12] la función de pertenencia de la  $k$ -ésima DMU puede obtenerse como

$$\mu_{\tilde{E}_k}(z) = \sup_{x_{ij}, y_{rj}} \min \left\{ \mu_{\tilde{x}_{ij}}(x_{ij}), \mu_{\tilde{y}_{rj}}(y_{rj}), \forall i, j, r \mid z = E_k(x_{ij}, y_{rj}) \right\}, \tag{6}$$

donde  $E_k(x_{ij}, y_{rj})$  se calcula como en (2).

El enfoque para la construcción de la función de pertenencia  $\mu_{\tilde{E}_k}$  propuesto es obtener los  $\alpha$ -cortes de  $\mu_{\tilde{E}_k}$  según la ecuación (6),  $\mu_{\tilde{E}_k}$  es el supremo de los mínimos de  $\mu_{\tilde{x}_{ij}}$  y  $\mu_{\tilde{y}_{rj}}$ ,  $\forall i, j, r$ ; necesitamos  $\mu_{\tilde{x}_{ij}}(x_{ij}) \geq \alpha$ ,  $\mu_{\tilde{y}_{rj}}(y_{rj}) \geq \alpha$ , y al menos  $\mu_{\tilde{x}_{ij}}(x_{ij})$  o  $\mu_{\tilde{y}_{rj}}(y_{rj})$  igual a  $\alpha \forall i, j, r$  tal que  $z = E_k(x_{ij}, y_{rj})$ , para satisfacer  $\mu_{\tilde{E}_k}(z) = \alpha$ . Puesto que todos los  $\alpha$ -cortes forman una estructura anidada con respecto a  $\alpha$  [11]; es decir, dados  $0 < \alpha_2 < \alpha_1 \leq 1$ , tenemos

$$\left[ (X_{ij})_{\alpha_1}^L, (X_{ij})_{\alpha_1}^U \right] \subseteq \left[ (X_{ij})_{\alpha_2}^L, (X_{ij})_{\alpha_2}^U \right] \quad \text{y} \quad \left[ (Y_{rj})_{\alpha_1}^L, (Y_{rj})_{\alpha_1}^U \right] \subseteq \left[ (Y_{rj})_{\alpha_2}^L, (Y_{rj})_{\alpha_2}^U \right],$$

donde  $\mu_{\tilde{x}_{ij}}(x_{ij}) \geq \alpha$  y  $\mu_{\tilde{x}_{ij}}(x_{ij}) = \alpha$ , y  $\mu_{\tilde{y}_{rj}}(y_{rj}) \geq \alpha$  y  $\mu_{\tilde{y}_{rj}}(y_{rj}) = \alpha$ , respectivamente, tienen el mismo dominio. Para encontrar la función de pertenencia de  $\mu_{\tilde{E}_k}$ , es suficiente encontrar el límite inferior y el límite superior del  $\alpha$ -corte, Kao y Liu [8] proponen describir la función de pertenencia dada en (6) mediante los intervalos

$$E_{j_0}(\alpha) = \left[ E_{j_0}^L(\alpha), E_{j_0}^U(\alpha) \right], \tag{7}$$

para cada nivel de pertenencia  $\alpha \in [0, 1]$ , que se obtienen mediante los dos programas lineales siguientes:

$$\begin{aligned}
 E_{j_0}^L(\alpha) &= \text{Min } \theta_{j_0} \\
 \text{s.a. } \sum_{j=1, j \neq j_0}^n \lambda_j x_{ij}^L(\alpha) + \lambda_{j_0} x_{j_0}^U(\alpha) &\leq \theta_{j_0} x_{j_0}^U(\alpha), \quad i = 1, 2, \dots, m, \\
 \sum_{j=1, j \neq j_0}^n \lambda_j y_{rj}^U(\alpha) + \lambda_{j_0} y_{j_0}^L(\alpha) &\geq y_{j_0}^L(\alpha), \quad r = 1, 2, \dots, s, \\
 \sum_{j=1}^n \lambda_j &= 1, \\
 \lambda_j &\geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n,
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
E_{j_0}^U(\alpha) &= \text{Min } \theta_{j_0} \\
\text{s.a. } \sum_{j=1, j \neq j_0}^n \lambda_j x_{ij}^U(\alpha) + \lambda_{j_0} x_{j_0 i}^L(\alpha) &\leq \theta_{j_0} x_{j_0 i}^L, \quad i=1, 2, \dots, m, \\
\sum_{j=1, j \neq j_0}^n \lambda_j y_{rj}^L(\alpha) + \lambda_{j_0} y_{rj_0}^U(\alpha) &\geq y_{rj_0}^U, \quad r=1, 2, \dots, s, \\
\sum_{j=1}^n \lambda_j &= 1, \\
\lambda_j &\geq 0, \quad j=1, 2, \dots, n.
\end{aligned} \tag{9}$$

Los extremos inferiores de los intervalos expresados en (7) son las soluciones del modelo (8), llamado caso desfavorable (mayores inputs y menores outputs para la DMU  $j_0$  y lo contrario para las demás) y los extremos superiores de los intervalos son las soluciones del modelo (9), caso favorable (menores inputs y mayores outputs para la DMU  $j_0$  y lo contrario para las demás).

Calculados los resultados de eficiencia de todas las DMU, una tarea posterior es clasificar las DMUs.

En este contexto ordenar las DMUs basándonos en la eficiencia consiste en ordenar los números fuzzy  $\tilde{E}_j$  que poseen como soporte los intervalos  $E_{j_0}(\alpha)$ .

Para obtener una ordenación de las DMU en función de su eficiencia fuzzy existen varias propuestas, de hecho Kerre ([31], [32]) recoge, clasifica y relaciona algunos de estos métodos. La mayoría de los métodos requieren de la función de pertenencia de los números fuzzy para su clasificación. Sin embargo, teniendo en cuenta el modo en que se han conseguido las puntuaciones y siendo una aplicación de casos reales recurrimos a métodos basados en  $\alpha$ -cortes, que describimos en la siguiente sección.

### 2.1.1. Algunos procedimientos de clasificación

Para establecer un ranking u orden jerárquico de las unidades en función de su nivel de eficiencia, calculado a partir del DEA fuzzy, los índices que consideramos son:

- (1) Aproximación de Yager. R. R. Yager [33] propuso cuatro índices para clasificar cantidades borrosas en  $[0, 1]$ , del que probablemente el más utilizado e intuitivo sea

$$Y(\tilde{E}_j) = \int_0^{\alpha_{\max}} \frac{1}{2} (E_j^L(\alpha) + E_j^U(\alpha)) d\alpha \tag{10}$$

- (2) Aproximación de Chen y Klein [34]. Estos autores consideran el índice

$$CK(\tilde{E}_j) = \frac{\sum_{l=0}^N (E_j^L(\alpha_l) - c)}{\sum_{l=0}^N (E_j^L(\alpha_l) - c) - \sum_{l=0}^N (E_j^L(\alpha_l) - d)} \tag{11}$$

donde  $c = \min_{ij} (E_{ij}^L(\alpha_l))$  y  $d = \max_{ij} (E_{ij}^U(\alpha_l))$ .

- (3) Distancia de Manhattan [35]. Si dos  $\Phi$ -fuzzy coinciden la distancia de Manhattan  $d_M$  vale 0 por lo que tomamos como índice o medida de clasificación el valor  $1 - d_M$ . Además, teniendo en cuenta que comparamos el  $\Phi$ -fuzzy  $\tilde{E}_j$  con el  $\Phi$ -fuzzy de máxima eficiencia, de soporte  $[1, 1]$ , para nuestro caso este índice quedaría descrito por:

$$1 - d_M(\tilde{E}_j) = 1 - \frac{1}{2N} \left( \sum_{j=1}^N |E_j^U(a) - 1| + \sum_{j=1}^N |E_j^L(a) - 1| \right) \tag{12}$$

Los tres índices anteriores y otros muchos, que representaremos genéricamente por  $\psi$ , permiten establecer una ordenación de la forma siguiente [36, 31, 32]:

**Definición 1.** El conjunto de números fuzzy  $\{\tilde{E}_j\}_{j=1}^n$  se puede ordenar como:

$$\begin{aligned}
 \tilde{E}_j > \tilde{E}_k & \text{ para } \Psi \Leftrightarrow \Psi_j > \Psi_k \\
 \tilde{E}_j \approx \tilde{E}_k & \text{ para } \Psi \Leftrightarrow \Psi_j = \Psi_k \\
 \tilde{E}_j \geq \tilde{E}_k & \text{ para } \Psi \Leftrightarrow \Psi_j \geq \Psi_k
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

(4) Método estadístico de Boscá et al. [36].

Tomamos  $n$  DMUs cuyos inputs y outputs se expresan por los números LR-fuzzy

$$\tilde{X}_{ij} = \{x_{ij}^L, x_{ij}^U, \gamma_{ij}^L, \gamma_{ij}^U\}, 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n
 \tag{14}$$

$$\tilde{Y}_{rj} = \{y_{rj}^L, y_{rj}^U, \delta_{rj}^L, \delta_{rj}^U\}, 1 \leq r \leq s, 1 \leq j \leq n
 \tag{15}$$

El procedimiento para realizar la clasificación consiste en seleccionar números crisp de los inputs y outputs LR-fuzzy. El algoritmo es el siguiente.

Paso 1: Obtención números crisp:

$$\begin{aligned}
 x_{ij}^t & := x_{ij}^L - \gamma_{ij}^L, x_{ij}^A := \frac{x_{ij}^L + x_{ij}^U}{2}, x_{ij}^T := x_{ij}^U - \gamma_{ij}^U, \\
 y_{rj}^t & := y_{rj}^L - \delta_{rj}^L, y_{rj}^A := \frac{y_{rj}^L + y_{rj}^U}{2}, y_{rj}^T := y_{rj}^U - \delta_{rj}^U.
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

Paso 2: Para analizar la eficiencia de la DMU  $j_0$  se resuelve el siguiente modelo DEA

$$\begin{aligned}
 E(x_{ij}^a, x_{ij_0}^b, y_{rj}^c, y_{rj_0}^d) & = \text{Max } \eta_0 \\
 \text{s.a. } \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}^a & \leq x_{ij_0}^b, \quad i = 1, 2, \dots, m, \\
 \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}^c & \geq \eta_0 y_{rj_0}^d, \quad r = 1, 2, \dots, s, \\
 \lambda_j & \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n.
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

donde  $a, b, c, d \in \{t, A, T\}$ .

Paso 3: Construcción del conjunto

$$\Gamma_{j_0} = \left\{ E(x_{ij}^a, x_{ij_0}^b, y_{rj}^c, y_{rj_0}^d) \mid a, b, c, d \in \{t, A, T\} \right\}.
 \tag{18}$$

Paso 4: Cálculo de los siguientes ratios para la  $j_0$ -unidad:

$$R_{j_0}^1 = \frac{e_{j_0}}{\text{card}(\Gamma_{j_0})}, R_{j_0}^2 = \begin{cases} \frac{S_{j_0} - e_{j_0}}{\text{card}(\Gamma_{j_0}) - e_{j_0}}, & \text{card}(\Gamma_{j_0}) \neq e_{j_0} \\ 0, & \text{card}(\Gamma_{j_0}) = e_{j_0} \end{cases}
 \tag{19}$$

donde

$$S_{j_0} = \sum_{a,b,c,d} E(x_{ij}^a, x_{ij_0}^b, y_{rj}^c, y_{rj_0}^d),$$

$e_{j_0}$  = número de veces que la  $j_0$ -ésima DMU es eficiente en (17),

$$\text{card}(\Gamma_{j_0}) = \text{cardinal de } \Gamma_{j_0}.$$

Con este método, Boscá et al. [36] establecen la siguiente ordenación:

**Definición 2:** El conjunto de números fuzzy  $\{\tilde{E}_j\}_{j=1}^n$  se puede ordenar como sigue:

$$\begin{aligned}\tilde{E}_j \succ \tilde{E}_k &\Leftrightarrow R_j^1 > R_k^1 \text{ o bien } [R_j^1 = R_k^1 \text{ y } R_j^2 = R_k^2], \\ \tilde{E}_j \approx \tilde{E}_k &\Leftrightarrow R_j^1 = R_k^1 \text{ y } R_j^2 = R_k^2 \\ \tilde{E}_j \succeq \tilde{E}_k &\Leftrightarrow R_j^1 \geq R_k^1 \text{ o bien } R_j^2 \geq R_k^2.\end{aligned}\tag{20}$$

### 3. Aplicación numérica y resultados

#### 3.1. Descripción

La actividad textil es una de las más antiguas de la Comunidad Valenciana. En general el sector textil se caracteriza por un tejido empresarial de dimensiones reducidas. La PYME es el tipo de empresa más abundante, la razón de este hecho se encuentra en que la pequeña y mediana empresa tiene mayor flexibilidad para adaptarse a los cambios, aspecto que caracteriza el sector textil [37]. Una de las zonas de la Comunidad Valenciana en la que está más arraigada la actividad textil corresponde a las comarcas de L'Alcoià y el Comtat, en ellas se concentra una actividad elevada dedicada al sector textil-hogar. En particular, en este estudio, nos centramos en los municipios de Alcoi, Cocentaina y Muro siendo el tipo pequeñas y medianas empresas como se ha comentado anteriormente (PYMEs).

El análisis de la eficiencia supone centrar la atención en la tecnología existente, los recursos y los precios de ellos. La clave consiste en aprovechar al máximo los recursos y hacerlo adaptándose a los precios. Quien lo consiga será eficiente; quien no, incurre en ineficiencias que le suponen un deterioro para competir y, en cualquier caso, soportará un coste innecesario por tal desaprovechamiento [2].

En este estudio nos proponemos aplicar la metodología DEA a empresas del sector textil-hogar para posteriormente incorporar, como un elemento más del problema, la incertidumbre que aparece de forma natural. Existe el hecho de que a menudo los inputs y outputs involucrados en las aplicaciones reales no pueden ser medidos de forma precisa. En este sentido cabe preguntarse si nuestros datos son imprecisos, ¿se verán afectados los resultados de la medición de la eficiencia? Vamos a realizar un tratamiento de la incertidumbre desde una perspectiva fuzzy.

Los datos utilizados se refieren al año 2009 y han sido extraídos de la base de datos SABI<sup>2</sup>, elaborada por Bureau Van Dijk, de los municipios Alcoi, Cocentaina y Muro cuya actividad se encuadra en alguno de los grupos en que la clasificación CNAE-93 divide el sector textil. Del total de empresas se han escogido aquellas con un número de empleados superior a 4 y que estén activas por lo menos hasta acabar el año 2009. En total se eligieron 54 empresas, dedicadas a los subsectores hilatura, tejeduría y acabados

Antes de proceder a la evaluación de eficiencia del conjunto de empresas es necesario seleccionar las variables input y output a partir de las cuales se definirá la eficiencia y que permitirán construir el modelo DEA.

Se han considerado cuatro inputs y dos outputs que reflejan las características de las empresas.

#### INPUTS:

**Existencias:** Son los bienes de propiedad de la empresa destinados a la venta o a su transformación e incorporación al proceso productivo.

<sup>2</sup>SABI es un directorio de empresas españolas y portuguesas que recoge información general y datos financieros. Dentro de España cubre más del 95 % de las compañías de las 17 Comunidades Autónomas que presentan sus cuentas en Registros Mercantiles con facturación superior a los 360 000 - 420 000 euros. Permite realizar estudios macroeconómicos, ratios sectoriales, estudios de mercado, posicionamiento en el sector, benchmarking y estudios macroeconómicos de cualquiera de sus partidas de balances o de ratios establecidos o definidos por el Usuario.



**Número de empleados:** Conjunto de personas, fijas o eventuales, que en el año de referencia se encuentran trabajando en la empresa.

**Gastos de personal:** Retribuciones al personal, cualquiera que sea la forma o el concepto por el que se satisfacen; cuotas a la Seguridad Social a cargo de la empresa y los demás gastos de carácter social.

**Dotaciones para amortización de inmovilizado:** Expresión de la depreciación sistemática anual efectiva sufrida por el inmovilizado intangible y material, por su aplicación al proceso productivo.

OUTPUTS:

**Importe neto de cifras de ventas:** La renta que una empresa recibe de sus actividades comerciales normales, por lo general de la venta de bienes y servicios a los clientes.

**Ingresos de explotación:** Ingresos obtenidos por la empresa al realizar su actividad típica.

Supondremos que todas las observaciones son fuzzy. Para cada observación, tanto inputs como outputs, hemos construido un número fuzzy cuyo soporte es un intervalo con desviaciones variables de hasta un 10 % del valor observado, y elegidas estas desviaciones de un modo arbitrario para cada observación.

A excepción de la variable referida al número de empleados, las restantes se encuentran expresadas en miles de euros. La notación que utilizamos para los inputs y outputs se muestra en la Tabla 1, también se indica el total de empresas que corresponde a cada subsector

Tabla 1. Número de empresas por subsector inputs y outputs

SUBSECTOR	NÚMERO EMPRESAS	INPUTS (I)	OUTPUTS (O)
Acabados	17	Existencias (I1)	Importe neto de cifras de ventas (O1) Ingresos explotación (O2)
Tejidos	20	Número de empleados (I2)	
Hilatura	17	Gastos personal (I3) Dotación amortización (I4)	

Para el cálculo de índices de eficiencia se ha utilizado el programa GAMS.

Los datos del año 2009 correspondientes a los inputs y outputs de las 54 DMUs se detallan en las tablas 2, 3 y 4. Identificamos las Unidades de toma de Decisión (DMU) con la letra K y un número, la numeración por subsectores corresponde: del 1 al 17 subsector acabados, del 18 al 34 subsector hilatura y del 35 al 54 subsector tejidos.

Tabla 2. Relación datos de inputs y outputs del subsector acabados

DMU	I1	I2	I3	I4	O1	O2
K1	4 250	149	3 929	1 549	30 665	31 372
K2	620	23	674	156	1 571	1 601
K3	39	14	336	100	880	946
K4	234	34	866	487	4 863	4 894
K5	8 284	143	2 778	1 811	15 047	15 489
K6	562	44	1 140	205	2046	2 257
K7	3 903	56	1 897	651	11 307	11 580
K8	1 770	34	1 137	388	5 902	5 930
K9	2	27	1 023	8	1 869	1 875
K10	208	31	853	210	1 911	2 027
K11	222	49	1 430	177	2 839	2 839
K12	1 736	131	5 074	1 945	11 994	12 092
K13	508	31	753	875	8 550	8 550
K14	208	72	1 538	516	5 002	5 033
K15	904	52	1 541	363	6 156	6 156
K16	525	46	1 346	379	3 750	3 763
K17	4 197	41	1 314	953	22 854	22 909

Tabla3. Relación datos de inputs y outputs del subsector hilatura

DMU	I1	I2	I3	I4	O1	O2
K18	1 547	20	460	121	5 281	5 281
K19	1 196	28	809	107	3 616	3 624
K20	130	10	179	20	1 543	1 543
K21	947	13	242	115	279	362
K22	1 117	40	846	223	2 714	2 715
K23	485	30	658	79	1 562	1 669
K24	379	36	874	71	944	982
K25	84	14	284	46	766	774
K26	274	4	132	178	2 104	2 104
K27	472	10	326	54	2 070	2 141
K28	160	4	119	37	837	837
K29	506	15	335	36	1 779	1 779
K30	291	12	338	7	1 183	1 183
K31	879	14	331	14	1487	1487
K32	235	22	462	20	544	544
K33	651	13	304	19	2 827	2 827
K34	26	6	115	12	226	239

Tabla4. Relación datos de inputs y outputs del subsector tejeduría

DMU	I1	I2	I3	I4	O1	O2
K35	1 465	13	232	41	1 792	1 800
K36	4 250	149	3 929	1 549	30 665	31 372
K37	8 284	143	2 778	1 811	15 047	15 489
K38	1 050	13	265	71	2 018	2 070
K39	3 903	56	1 897	651	11 307	11 580
K40	1 182	18	413	199	2 145	2 145
K41	9 721	63	1 731	249	22 989	23 092
K42	2	27	1 023	8	1 869	1 875
K43	208	31	853	210	1 911	2 027
K44	626	13	275	37	1 430	1 430
K45	291	12	338	7	1 183	1 183
K46	1 897	14	305	54	997	997
K47	906	9	291	183	1 533	1 533
K48	882	15	332	116	1 247	1 312
K49	261	17	364	196	3 516	3 554
K50	401	19	434	99	2 251	2 277
K51	846	16	279	23	1 487	1 510
K52	900	19	468	19	2 621	2 633
K53	311	15	293	82	2 437	2 437
K54	643	14	314	176	1 575	1 611

### 3.2. Resultados

Dado que algunas empresas realizan dos procesos de producción se ha considerado el total de DMUs sin separar en el análisis por subsectores.

La metodología DEA, en concreto el modelo CCR dual con orientación input, se aplicó a los datos crisp de todas las DMUs, el modelo se implementó en el programa GAMS, obteniendo de este modo la eficiencia crisp cuyos valores numéricos junto con los inputs y outputs pueden consultarse en el anexo A.

Se procedió a continuación a aplicar la metodología DEA con datos imprecisos descrita en el epígrafe 2.2 obteniendo de este modo los intervalos de eficiencia  $E_k(\alpha)$  de Kao y Liu [8] cuyos resultados se pueden consultar en el anexo B. En particular para el caso de  $\alpha = 0$  se han representado en la figura 1 los scores de eficiencia para todas las DMUs estudiadas (representado por líneas verticales). La eficiencia crisp (\*) se encuentra entre la eficiencia caso desfavorable (•) y eficiencia caso favorable (o).

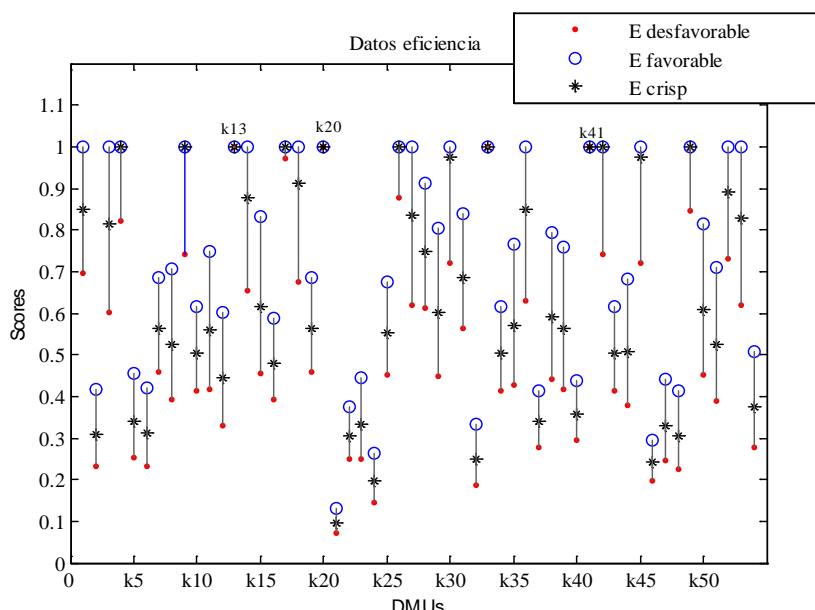


Figura. 1. Representación de Eficiencia favorable, desfavorable para  $\alpha=0$  y Eficiencia crisp

La longitud de la línea depende de la distancia entre la eficiencia en el caso favorable y el desfavorable, corresponde a la longitud del intervalo expresado en (7). Para alguna DMU se observa el segmento reducido a un punto al ser la distancia nula, situación que se produce para las DMUs: K13, K20, K41.

Cabría pensar que si la amplitud del intervalo es grande, entonces la DMU es más sensible a variaciones en los inputs y outputs y los posibles cambios en inputs o outputs va a permitir mejorar la eficiencia. En cambio, bajas amplitudes del intervalo indican que la eficiencia apenas cambiará o incluso permanecerá constante. De hecho las DMUs: K13, K20, K41 son eficientes tanto en el caso favorable como en desfavorable y con eficiencia crisp 1, la amplitud del intervalo es cero, como se observa en la Figura 1.

Obtenidos los resultados de intervalos de eficiencia se procede a aplicar los 4 procedimientos de clasificación expuestos en el epígrafe 2.2.1.

En la Tabla 5 se indican los valores de los índices para las 54 DMUs junto con la eficiencia crisp y el intervalo de eficiencia para  $\alpha=0$

Tabla 5. Resultados de índices de los procedimientos y Eficiencia correspondiente

DMUs	Yager	Chen & Klein	Statistical R1	Statistical R2	1- Manhattan	Intervalo $\alpha=0$	Eficiencia Crisp
K1	0.8531	0.7903	0.0833	0.8397	0.8531	[0.696, 1]	0.85
K2	0.3148	0.2831	0	0.3148	0.3148	[0.231, 0.415]	0.31
K3	0.8166	0.7435	0	0.8166	0.8166	[0.603, 1]	0.814
K4	0.9549	0.9113	0.5833	0.8917	0.9549	[0.821, 1]	1
K5	0.3442	0.3136	0	0.3442	0.3442	[0.253, 0.454]	0.339
K6	0.3175	0.2863	0	0.3175	0.3175	[0.231, 0.422]	0.312
K7	0.5664	0.5292	0	0.5664	0.5664	[0.460, 0.687]	0.562
K8	0.53424	0.4984	0	0.5342	0.5342	[0.392, 0.705]	0.526
K9	0.93254	0.8731	0.5833	0.8381	0.9325	[0.740, 1]	1
K10	0.50724	0.4721	0	0.5072	0.5072	[0.412, 0.615]	0.504
K11	0.5681	0.5293	0	0.5681	0.5681	[0.417, 0.750]	0.559
K12	0.4526	0.4215	0	0.4526	0.4526	[0.330, 0.601]	0.445
K13	1	1	1	0	1	[1, 1]	1
K14	0.8635	0.789	0.1667	0.8362	0.8635	[0.6544, 1]	0.877
K15	0.6253	0.5801	0	0.6253	0.6253	[0.455, 0.831]	0.615
K16	0.4838	0.449	0	0.4838	0.4838	[0.393, 0.587]	0.48
K17	0.9978	0.9952	1	0	0.9976	[0.9731, 1]	1
K18	0.8852	0.8121	0.25	0.8469	0.8852	[0.676, 1]	0.913
K19	0.5666	0.5294	0	0.5666	0.5666	[0.460, 0.687]	0.562
K20	1	1	1	0	1	[1, 1]	1
K21	0.0988	0.0434	0	0.0988	0.0988	[0.072, 0.131]	0.097
K22	0.3082	0.2698	0	0.3082	0.3082	[0.251, 0.374]	0.306
K23	0.3379	0.3071	0	0.3379	0.3379	[0.248, 0.446]	0.333
K24	0.199	0.1587	0	0.199	0.199	[0.145, 0.265]	0.196
K25	0.5572	0.5204	0	0.5572	0.5572	[0.453, 0.676]	0.553
K26	0.983	0.9647	0.9167	0.796	0.983	[0.879, 1]	1
K27	0.8337	0.759	0.0833	0.8185	0.8337	[0.619, 1]	0.836
K28	0.7529	0.7012	0	0.7529	0.7529	[0.612, 0.913]	0.747
K29	0.61039	0.5672	0	0.6103	0.6103	[0.448, 0.805]	0.601
K30	0.9198	0.8553	0.4167	0.8625	0.9198	[0.722, 1]	0.975
K31	0.6921	0.6465	0	0.6921	0.6921	[0.563, 0.839]	0.687
K32	0.2534	0.218	0	0.2534	0.2534	[0.186, 0.334]	0.249
K33	0.99997	0.9999	1	0	0.99997	[0.9996, 1]	1
K34	0.507	0.4719	0	0.507	0.507	[0.412, 0.615]	0.503
K35	0.5808	0.5408	0	0.5808	0.5808	[0.426, 0.767]	0.572
K36	0.8436	0.7687	0.0833	0.8294	0.8439	[0.629, 1]	0.85
K37	0.3413	0.3046	0	0.3413	0.3413	[0.277, 0.414]	0.339
K38	0.6014	0.5592	0	0.6014	0.6014	[0.442, 0.794]	0.592
K39	0.5716	0.5324	0	0.5716	0.5716	[0.416, 0.760]	0.562
K40	0.3612	0.3252	0	0.3612	0.3612	[0.294, 0.438]	0.359
K41	1	1	1	0	1	[1, 1]	1
K42	0.9325	0.8731	0.5833	0.8381	0.9325	[0.740, 1]	1
K43	0.5072	0.4721	0	0.5072	0.5072	[0.412, 0.615]	0.504
K44	0.5167	0.4821	0	0.5167	0.5167	[0.379, 0.682]	0.509
K45	0.9198	0.8553	0.4167	0.8625	0.9198	[0.722, 1]	0.975
K46	0.2436	0.2006	0	0.2436	0.2436	[0.198, 0.296]	0.242
K47	0.3342	0.3033	0	0.3342	0.3342	[0.245, 0.441]	0.329
K48	0.3113	0.2799	0	0.3113	0.3113	[0.227, 0.414]	0.306
K49	0.9656	0.931	0.5833	0.9174	0.9656	[0.846, 1]	1
K50	0.6171	0.5732	0	0.6171	0.6171	[0.453, 0.814]	0.607
K51	0.5347	0.49886	0	0.5347	0.5347	[0.389, 0.711]	0.526
K52	0.8866	0.82356	0.25	0.8488	0.8866	[0.730, 1]	0.892
K53	0.8283	0.7546	0.0833	0.8126	0.8283	[0.618, 1]	0.828
K54	0.3815	0.3517	0	0.3815	0.3815	[0.278, 0.507]	0.375

Incidir en que los valores de los índices respectivos no son útiles cuando de trata de clasificación de unidades de acuerdo a su eficiencia, ya que este no es el significado que tienen, que en realidad es el coeficiente de magnitud para establecer preferencias entre las unidades.

A partir de los resultados obtenidos en la Tabla 5, de acuerdo con (13) y (20), ordenamos las DMUs teniendo en cuenta la ordenación de sus escores de eficiencia  $\{\tilde{E}_j\}_{j=1}^{54}$ . En la siguiente tabla se muestra el resultados de ordenar de mayor a menor índice, aquellas DMUs con un mismo valor numérico de índice les corresponde la misma posición.

Tabla 6. DMUs ordenadas de mayor a menor índice según procedimiento de ordenación aplicado, junto con la correspondiente eficiencia crisp.

	<b>Orden Yager</b>	<b>Orden Manhattan</b>	<b>Eficiencia Crisp</b>	<b>Orden Chen Klein</b>	<b>Orden Boscá</b>	<b>Eficiencia Crisp</b>
1.º	K13 K20 K41	K13 K20 K41	1	K13 K20 K41	K13 K17 K20 K33 K41	1
2.º	K33	K33	1	K33	K26	1
3.º	K17	K17	1	K17	K49	1
4.º	K26	K26	1	K26	K4	1
5.º	K49	K49	1	K49	K9 K42	1
6.º	K4	K4	1	K4	K30 K45	0.975
7.º	K9 K42	K9 K42	1	K9 K42	K52	0.892
8.º	K30 K45	K30 K45	0.975	K30 K45	K18	0.913
9.º	K52	K52	0.892	K52	K14	0.877
10.º	K18	K18	0.913	K18	K1	0.85
11.º	K14	K14	0.877	K1	K36	0.85
12.º	K1	K1	0.85	K14	K27	0.836
13.º	K36	K36	0.85	K36	K53	0.828
14.º	K27	K27	0.836	K27	K3	0.814
15.º	K53	K53	0.828	K53	K28	0.747
16.º	K3	K3	0.814	K3	K31	0.687
17.º	K28	K28	0.747	K28	K15	0.615
18.º	K31	K31	0.687	K31	K50	0.607
19.º	K15	K15	0.615	K15	K29	0.601
20.º	K50	K50	0.607	K50	K38	0.592
21.º	K29	K29	0.601	K29	K35	0.572
22.º	K38	K38	0.592	K38	K39	0.562
23.º	K35	K35	0.572	K35	K11	0.559
24.º	K39	K39	0.562	K39	K19	0.562
25.º	K11	K11	0.559	K19 K11	K7	0.562
26.º	K19	K19	0.562	K7	K25	0.553
27.º	K7	K7	0.562	K25	K51	0.526
28.º	K25	K25	0.553	K51	K8	0.526
29.º	K51	K51	0.526	K8	K44	0.509
30.º	K8	K8	0.526	K44	K10 K43	0.504.504
31.º	K44	K44	0.509	K10 K43	K34	0.503
32.º	K10 K43	K10 K43	0.504	K34	K16	0.48
33.º	K34	K34	0.503	K16	K12	0.445
34.º	K16	K16	0.48	K12	K54	0.375
35.º	K12	K12	0.445	K54	K40	0.359
36.º	K54	K54	0.375	K40	K5	0.339
37.º	K40	K40	0.359	K5	K37	0.339
38.º	K5	K5	0.339	K23	K23	0.333
39.º	K37	K37	0.339	K37	K47	0.329
40.º	K23	K23	0.333	K47	K6	0.312
41.º	K47	K47	0.329	K6	K2	0.31
42.º	K6	K6	0.312	K2	K48	0.306
43.º	K2	K2	0.31	K48	K22	0.306
44.º	K48	K48	0.306	K22	K32	0.249
45.º	K22	K22	0.306	K32	K46	0.242
46.º	K32	K32	0.249	K46	K24	0.196
47.º	K46	K46	0.242	K24	K21	0.097
48.º	K24	K24	0.196	K21		
49.º	K21	K21	0.097			

Junto con la posición y la ordenación se ha incluido también el valor de eficiencia crisp. Se observa gran semejanza entre las ordenaciones obtenidas.

Resaltamos que las empresas K7, K9 y K10 pertenecen al mismo conjunto empresarial con muchos años en la comarca mostrando que mientras K9 es eficiente las otras dos no lo son, lo que nos lleva a plantearnos un estudio más detallado. También se observa que las empresas con mayor número de trabajadores en concreto K36 y K37 son ineficientes.

#### 4. Conclusiones

El análisis de la eficiencia propuesto incorpora la incertidumbre en la formulación del modelo y plantea situaciones en las que una DMU es particularmente sensible a la medición de la variable.

Los resultados de eficiencia para cada DMU, al aplicar el DEA fuzzy, pertenecen a un intervalo proporcionando más información que el modelo el DEA crisp en el que obtenemos un número.

Observamos que al aplicar los cuatro procedimientos de clasificación el orden es muy similar y afianza más, si cabe, los resultados obtenidos al aplicar el modelo DEA fuzzy. Este ranking ofrece un buen dato para el estudio de la competitividad entre las empresas pues la diferencia entre las valoraciones obtenidas en la Tabla 5, que permite establecer la ordenación, da idea sobre los esfuerzos que debe realizar una empresa para obtener una eficiencia similar a su inmediata anterior en la clasificación.

Actualmente el método está siendo implementado en un programa que se pasará a las empresas que nos han facilitado los datos para comprobar la utilidad del mismo.

#### Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente subvencionado por el Ministerio de Educación y Ciencia a través del proyecto de investigación TIN2008-06872-C04-02.

#### Referencias Bibliográficas

1. M.J. Farrell: The Measurement of Productive Efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A*, **120** (1957), Part III, 253-290.
2. V. Coll, O. Blasco: Análisis comparativo de la eficiencia en la pyme textil española: Una aproximación al efecto de la liberalización en el periodo 2004-2006, *Rect@*, **12** (2011) 33-52.
3. J. Esteban, V. Coll: Competitividad y eficiencia, *Estudios de Economía Aplicada*, **21** (2003) 423-450.
4. O. Roca, H. Sala: Producción, empleo y eficiencia productiva de la empresa española: Una radiografía a partir de SABE, *Boletín Económico del ICE*, 2857 (2005), 21-38.
5. N. Duch: Posición competitiva y estrategias de las empresas catalanas. Análisis del Programa Créixer (2003-2005). *Documents de treball*. (CIDEM, Generalitat de Catalunya. 2006).
6. M. Porter: The Competitive Advantage of Nations. (The Free Press. USA. 1990).
7. P. Guo, H. Tanaka: Fuzzy DEA: A Perceptual Evaluation Method, *Fuzzy Sets and Systems* **119** (2001), 149-160.
8. C. Kao, S.T. Liu: Fuzzy Efficiency Measures in Data Envelopment Analysis, *Fuzzy Sets and Systems* **119** (2000), 149-160.
9. O.B. Olesen, y N.C. Petersen, Chance Constrained Efficiency Evaluation, *Management Science*, **41** (1995), 442-457.
10. A. Charnes, W.W. Cooper, y E. Rhodes: Measuring the Efficiency of Decision Making Units, *European Journal of Operational Research*, **2** (1978), 429-444.
11. Y.H.B. Wong, y J. E. BEASLEY: Restricting weight flexibility in Data Envelopment Analysis *Journal of the Operational Research Society Management*, **41** (1990), 829-835.
12. L.A. Zadeh: Fuzzy Sets, *Information and Control* **8** (1965), 338-353.

13. R.E. Bellman, L.A. Zadeh, Decision-making in a fuzzy environment, *Management Sci.* **17** (1970) B141-164.
14. L.A. Zadeh, Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes, *IEEE Trans. Systems Man Cybernet.* SMC-1 (1973), 28-44.
15. J.J. Buckley, Possibilistic linear programming with triangular fuzzy numbers, *Fuzzy Sets and Systems* **26** (1988), 135-138.
16. J.J. Buckley, Solving possibilistic programming problems, *Fuzzy Sets and Systems* **31**(1989), 329-341.
17. B. Julien, An extension to possibilistic linear programming, *Fuzzy Sets and Systems* **64** (1994) 195-206.
18. Y.J. Lai, C.L. Hwang, A new approach to some possibilistic linear programming problems, *Fuzzy Sets and Systems* **49** (1992), 121-133.
19. M. K. Luhandjula, Linear programming with a possibilistic objective function, *Eur. J. Oper. Res.* **31** (1987), 110-117.
20. H. Rommelfanger, J. Wolf, R. Hanuscheck, Linear programming with fuzzy objectives, *Fuzzy Sets and Systems* **29** (1989), 31-48.
21. H. Tanaka, H. Ichihashi, K. Asai, A formulation of fuzzy linear programming problem based on comparison of fuzzy number, *Control and Cybernet.* **13** (1984), 185-194.
22. L.M. Sengupta, Data envelopment analysis for efficiency measurement in the stochastic case, *Comput. Oper. Res.* **14** (1987), 117-129.
23. L.M. Sengupta, Measuring economic efficiency with stochastic input-output data, *Internat. J. Systems Sci.* **20** (1989), 203-213.
24. L.M. Sengupta, Non-parametric approach to stochastic programming, *Internat. J. Systems Sci.* **24** (1993), 857-871.
25. L.M. Sengupta, A fuzzy system approach in data envelopment analysis, *Comput. Math. Appl.* **24** (1992), 259-266.
26. A. Kaufmann, Introduction to the Theory of Fuzzy Subsets, vol.1, Academic Press, New York (1975).
27. C. Kao, C.C. Li, S.P. Chen, Parametric programming to the analysis of fuzzy queues, *Fuzzy Sets and Systems* **107** (1999), 93-100.
28. R.R. Yager, A characterization of the extension principle, *Fuzzy Sets and Systems* **18** (1986), 205-217.
29. L.A. Zadeh, Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility, *Fuzzy Sets and Systems* **1** (1978), 3-28.
30. H.J. Zimmermann, *Fuzzy Set Theory and Its Applications*, (2nd ed., Kluwer-Nijho, Boston, 1991).
31. X. Wang, E. Kerre: Reasonable properties for the ordering of fuzzy quantities (I), *Fuzzy Sets and Systems* **118** (2001), 375 -385.
32. X. Wang, E. Kerre: Reasonable properties for the ordering of fuzzy quantities (II), *Fuzzy Sets and Systems* **118** (2001), 387-405.
33. R.R. Yager: A Procedure for Ordering Fuzzy Subsets of the Unit Interval, *Information Sciences* **24**, (1981), 143-161.
34. C. B. Chen, C. M. Klein: An efficient approach to solving fuzzy MADM problems, *Fuzzy Sets and Systems* **88** (1997), 51-67.
35. J.M. León Rojas. Tesis doctoral Universidad de Extremadura, 2003.
36. J.E. Boscá, V. Liern, R. Sala, A. Martínez: Ranking decision making units by means of soft computing DEA models, *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-based systems*, **19** (2011), 115-134.
37. M.P. Martínez, A. Jiménez, Oportunidades y retos del sector textil en la economía del conocimiento: hacía un modelo de empresa red. *Uocpapers* **2** (2006) ISSN 1885-1541.

## Anexo A

Relación de DMUs ,datos de inputs y outputs, eficiencia crisp.

Subsector Acabados	I1	I2	I3	I4	O1	O2	DMUs	Eficiencia Crisp
COLORPRINT FASHION SL	234	34	866	487	4 863	4 894	K4	1.00
JOVER INTERNACNAL SA	2	27	1 023	8	1 869	1 875	K9	1.00
NONWOVENS IBERICA SL	508	31	753	875	8 550	8 550	K13	1.00
TEXTISOL SL	4 197	41	1 314	953	22 854	22 909	K17	1.00
ANTEQUIR SL	4 250	149	3 929	1 549	30 665	31 372	K1	1.00
PASCUAL Y BERNABEU SA	208	72	1538	516	5002	5033	K14	0.88
CALANDRADOS TEXTILES SL	39	14	336	100	880	946	K3	0.81
ROTATEX SL	904	52	1 541	363	6 156	6 156	K15	0.76
FRANCISCO JOVER SA	3 903	56	1 897	651	11 307	11 580	K7	0.67
MARCIAL GONZALEZ SA	222	49	1 430	177	2 839	2 839	K11	0.64
JOAQUIN MOLTO SL	1 770	34	1 137	388	5 902	5 930	K8	0.57
SERPISCOLOR SL	525	46	1 346	379	3 750	3 763	K16	0.57
JOVERTEX SA	208	31	853	210	1 911	2 027	K10	0.57
MOLTO REIG SA	1 736	131	5 074	1 945	11 994	12 092	K12	0.48
ESTAMPADOS PRATO SL	562	44	1 140	205	2 046	2 257	K6	0.43
APARISI Y COMPAÑIA SL	620	23	674	156	1 571	1 601	K2	0.37
COMERSAN SA	8 284	143	2 778	1 811	15 047	15 489	K5	0.35
Subsector Hilados	I1	I2	I3	I4	O1	O2		
BRIOFIL SL	1 547	20	460	121	5 281	5 281	K18	1.00000
COSEFIL SL	130	10	179	20	1 543	1 543	K20	1.00000
HILATURAS EUROFIL SL	274	4	132	178	2 104	2 104	K26	1.00000
MANUFACTURAS SEMPERE SL	291	12	338	7	1 183	1 183	K30	1.00000
URDIDOS GRAFER S.L.	651	13	304	19	2 827	2 827	K33	1.00000
HILATURAS JORDA SL	472	10	326	54	2 070	2 141	K27	0.90148
HILATURAS SANCHIS SL	160	4	119	37	837	837	K28	0.83967
HILATURAS EL RAVALET SL	84	14	284	46	766	774	K25	0.77632
URDIDOS JORDI SL	26	6	115	12	226	239	K34	0.77447
MUOFIL SA	879	14	331	14	1 487	1 487	K31	0.69161
IBERYARN SL	506	15	335	36	1 779	1 779	K29	0.61100
COMERCIAL DE URDIDOS SL	1 196	28	809	107	3 616	3 624	K19	0.59009
HILADOS BENISAIDO SL	485	30	658	79	1 562	1 669	K23	0.33914
FILPRIM SA	1 117	40	846	223	2 714	2 715	K22	0.33273
NEFILSA SL	235	22	462	20	544	544	K32	0.29923
HILADOS MONTCABRER SA	379	36	874	71	944	982	K24	0.21829
DECORFIL SL	947	13	242	115	279	362	K21	0.12110
Subsector Tejidos	I1	I2	I3	I4	O1	O2		
INTERFABRICS SL	9 721	63	1 731	249	22 989	23 092	K41	1.00000
JOVER INTERNACIONAL SA	2	27	1023	8	1 869	1 875	K42	1.00000
MANUFACTURAS SEMPERE SL	291	12	338	7	1 183	1 183	K45	1.00000
TEXTILES FRAU PEREZ SL	261	17	364	196	3 516	3 554	K49	1.00000
TEXTILES PASTOR SL	900	19	468	19	2 621	2 633	K52	1.00000
TEXTILIA SA	311	15	293	82	2 437	2 437	K53	1.00000
ANTEQUIR SL	4 250	149	3 929	1 549	30 665	31 372	K36	0.95620
FRANCISCO JOVER SA	3 903	56	1 897	651	11 307	11 580	K39	0.76403
TEXTILES JOYPER SL	401	19	434	99	2 251	2 277	K50	0.74822
JUAN CAMPOS SA	626	13	275	37	1 430	1 430	K44	0.66884
TEXTILES MIRO GARCIA SL	846	16	279	23	1 487	1 510	K51	0.66589



ESCRIG SL	1 050	13	265	71	2 018	2 070	K38	0.64739
ANKA GRUP SA	1 465	13	232	41	1 792	1 800	K35	0.58160
TEJIDOS CAVITEX SL	906	9	291	183	1 533	1 533	K47	0.56052
JOVERTEX SA	208	31	853	210	1 911	2 027	K43	0.52624
COMERSAN SA	8 284	143	2 778	1 811	1 5047	1 5489	K37	0.48834
VIUDA RAFAEL GANDIA SA	643	14	314	176	1 575	1 611	K54	0.47792
GONZAGA EXPORT SL	1 182	18	413	199	2 145	2 145	K40	0.46187
TEXTILES EL CID SL	882	15	332	116	1 247	1 312	K48	0.36128
RIPOLL TEJIDOS PARA DECRN SL	1 897	14	305	54	997	997	K46	0.24613

## Anexo B

Intervalos de eficiencia para valores de  $\alpha$  entre 0 y 1 con salto 0.2

DMUs	Soporte Eficiencias por $\alpha$ – cortes						Eficiencia Crisp
	$\alpha = 0$	$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0.4$	$\alpha = 0.6$	$\alpha = 0.8$	$\alpha = 1$	
K1	[0.696, 1]	[0.724, 0.998]	[0.754, 0.958]	[0.785, 0.921]	[0.817, 0.885]	[0.850, 0.850]	<b>0.850</b>
K2	[0.231, 0.415]	[0.245, 0.392]	[0.260, 0.370]	[0.275, 0.349]	[0.292, 0.329]	[0.310, 0.310]	<b>0.310</b>
K3	[0.603, 1]	[0.640, 1]	[0.680, 0.975]	[0.722, 0.918]	[0.767, 0.865]	[0.814, 0.814]	<b>0.814</b>
K4	[0.821, 1]	[0.855, 1]	[0.890, 1]	[0.927, 1]	[0.964, 1]	[1, 1]	<b>1.000</b>
K5	[0.253, 0.454]	[0.268, 0.429]	[0.284, 0.405]	[0.301, 0.382]	[0.319, 0.360]	[0.339, 0.339]	<b>0.339</b>
K6	[0.231, 0.422]	[0.246, 0.397]	[0.261, 0.374]	[0.277, 0.352]	[0.294, 0.332]	[0.312, 0.312]	<b>0.312</b>
K7	[0.460, 0.687]	[0.479, 0.660]	[0.499, 0.634]	[0.519, 0.609]	[0.540, 0.585]	[0.562, 0.562]	<b>0.562</b>
K8	[0.392, 0.705]	[0.416, 0.666]	[0.440, 0.628]	[0.467, 0.592]	[0.495, 0.558]	[0.526, 0.526]	<b>0.526</b>
K9	[0.740, 1]	[0.789, 1]	[0.835, 1]	[0.887, 1]	[0.942, 1]	[1, 1]	<b>1.000</b>
K10	[0.412, 0.615]	[0.429, 0.591]	[0.447, 0.568]	[0.465, 0.545]	[0.484, 0.524]	[0.504, 0.504]	<b>0.504</b>
K11	[0.417, 0.750]	[0.442, 0.708]	[0.468, 0.668]	[0.497, 0.630]	[0.527, 0.594]	[0.559, 0.559]	<b>0.559</b>
K12	[0.330, 0.601]	[0.350, 0.566]	[0.372, 0.533]	[0.395, 0.502]	[0.419, 0.473]	[0.445, 0.445]	<b>0.445</b>
K13	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	<b>1.000</b>
K14	[0.6544, 1]	[0.693, 1.000]	[0.7347, 1.000]	[0.779, 0.988]	[0.826, 0.931]	[0.877, 0.877]	<b>0.877</b>
K15	[0.455, 0.831]	[0.484, 0.782]	[0.5136, 0.73]	[0.546, 0.694]	0.5792	0.6151	<b>0.615</b>
K16	[0.393, 0.587]	[0.409, 0.564]	[0.4259, 0.54]	[0.443, 0.520]	[0.4614, 0.500]	[0.480, 0.480]	<b>0.480</b>
K17	[0.9731, 1]	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	<b>1.000</b>
K18	[0.676, 1]	[0.7180, 1]	[0.763, 1]	[0.810, 1]	[0.860, 0.970]	[0.913, 0.913]	<b>0.913</b>
K19	[0.460, 0.687]	[0.479, 0.660]	[0.499, 0.634]	[0.519, 0.609]	[0.540, 0.585]	[0.562, 0.562]	<b>0.562</b>
K20	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	<b>1.000</b>
K21	[0.072, 0.131]	[0.077, 0.124]	[0.081, 0.116]	[0.086, 0.110]	[0.092, 0.103]	[0.097, 0.097]	<b>0.097</b>
K22	[0.251, 0.374]	[0.261, 0.359]	[0.271, 0.345]	[0.282, 0.331]	[0.294, 0.318]	[0.306, 0.306]	<b>0.306</b>
K23	[0.248, 0.446]	[0.263, 0.421]	[0.279, 0.397]	[0.295, 0.375]	[0.313, 0.353]	[0.333, 0.333]	<b>0.333</b>
K24	[0.145, 0.265]	[0.154, 0.249]	[0.164, 0.234]	[0.174, 0.221]	[0.184, 0.208]	[0.196, 0.196]	<b>0.196</b>
K25	[0.453, 0.676]	[0.471, 0.649]	[0.491, 0.624]	[0.511, 0.599]	[0.532, 0.576]	[0.553, 0.553]	<b>0.553</b>
K26	[0.879, 1]	[0.931, 1]	[0.987, 1]	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	<b>1.000</b>
K27	[0.619, 1]	[0.657, 1]	[0.698, 1]	[0.741, 0.942]	[0.787, 0.888]	[0.834, 0.836]	<b>0.836</b>
K28	[0.612, 0.913]	[0.637, 0.877]	[0.663, 0.843]	[0.690, 0.810]	[0.718, 0.778]	[0.747, 0.747]	<b>0.747</b>
K29	[0.448, 0.805]	[0.475, 0.760]	[0.503, 0.717]	[0.533, 0.677]	[0.566, 0.638]	[0.601, 0.601]	<b>0.601</b>
K30	[0.722, 1]	[0.767, 1]	[0.815, 1]	[0.865, 1]	[0.919, 1]	[0.975, 0.975]	<b>0.975</b>
K31	[0.563, 0.839]	[0.586, 0.806]	[0.609, 0.775]	[0.634, 0.744]	[0.660, 0.715]	[0.687, 0.687]	<b>0.687</b>
K32	[0.186, 0.334]	[0.197, 0.316]	[0.209, 0.298]	[0.222, 0.281]	[0.235, 0.265]	[0.249, 0.249]	<b>0.249</b>
K33	[0.9996, 1]	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	<b>1.000</b>
K34	[0.412, 0.615]	[0.429, 0.591]	[0.446, 0.568]	[0.465, 0.545]	[0.484, 0.524]	[0.503, 0.503]	<b>0.503</b>
K35	[0.426, 0.767]	[0.452, 0.724]	[0.479, 0.683]	[0.508, 0.644]	[0.539, 0.607]	[0.572, 0.572]	<b>0.572</b>

<b>K36</b>	[0.629, 1]	[0.668, 1]	[0.710, 1]	[0.754, 0.959]	[0.801, 0.903]	[0.850, 0.850]	<b>0.850</b>
<b>K37</b>	[0.277, 0.414]	[0.289, 0.398]	[0.301, 0.382]	[0.313, 0.367]	[0.326, 0.353]	[0.339, 0.339]	<b>0.339</b>
<b>K38</b>	[0.442, 0.794]	[0.468, 0.749]	[0.496, 0.707]	[0.526, 0.667]	[0.558, 0.628]	[0.592, 0.592]	<b>0.592</b>
<b>K39</b>	[0.416, 0.760]	[0.442, 0.715]	[0.470, 0.673]	[0.499, 0.634]	[0.530, 0.597]	[0.562, 0.562]	<b>0.562</b>
<b>K40</b>	[0.294, 0.438]	[0.306, 0.421]	[0.318, 0.404]	[0.331, 0.388]	[0.345, 0.373]	[0.359, 0.359]	<b>0.359</b>
<b>K41</b>	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	<b>1.000</b>
<b>K42</b>	[0.740, 1]	[0.786, 1]	[0.835, 1]	[0.887, 1]	[0.942, 1]	[1, 1]	<b>1.000</b>
<b>K43</b>	[0.412, 0.615]	[0.429, 0.591]	[0.447, 0.568]	[0.465, 0.545]	[0.484, 0.524]	[0.504, 0.504]	<b>0.504</b>
<b>K44</b>	[0.379, 0.682]	[0.402, 0.644]	[0.426, 0.607]	[0.452, 0.573]	[0.479, 0.540]	[0.509, 0.509]	<b>0.509</b>
<b>K45</b>	[0.722, 1]	[0.767, 1]	[0.815, 1]	[0.865, 1]	[0.919, 1]	[0.975, 0.975]	<b>0.975</b>
<b>K46</b>	[0.198, 0.296]	[0.206, 0.284]	[0.215, 0.273]	[0.223, 0.262]	[0.232, 0.252]	[0.242, 0.242]	<b>0.242</b>
<b>K47</b>	[0.245, 0.441]	[0.260, 0.416]	[0.275, 0.393]	[0.292, 0.370]	[0.310, 0.349]	[0.329, 0.329]	<b>0.329</b>
<b>K48</b>	[0.227, 0.414]	[0.241, 0.389]	[0.256, 0.367]	[0.272, 0.345]	[0.288, 0.325]	[0.306, 0.306]	<b>0.306</b>
<b>K49</b>	[0.846, 1]	[0.880, 1]	[0.916, 1]	[0.953, 1]	[0.992, 1]	[1, 1]	<b>1.000</b>
<b>K50</b>	[0.453, 0.814]	[0.480, 0.769]	[0.509, 0.725]	[0.539, 0.684]	[0.572, 0.645]	[0.607, 0.607]	<b>0.607</b>
<b>K51</b>	[0.389, 0.711]	[0.414, 0.669]	[0.439, 0.630]	[0.467, 0.593]	[0.495, 0.559]	[0.526, 0.526]	<b>0.526</b>
<b>K52</b>	[0.730, 1]	[0.760, 1]	[0.791, 1]	[0.823, 0.966]	[0.857, 0.928]	[0.892, 0.892]	<b>0.892</b>
<b>K53</b>	[0.618, 1]	[0.654, 1]	[0.694, 0.989]	[0.735, 0.933]	[0.780, 0.879]	[0.828, 0.828]	<b>0.828</b>
<b>K54</b>	[0.278, 0.507]	[0.295, 0.477]	[0.313, 0.449]	[0.333, 0.423]	[0.353, 0.398]	[0.375, 0.375]	<b>0.375</b>