

¿CÓMO TRANSFORMAR LOS MODELOS INPUT-OUTPUT PARA CALCULAR MULTIPLICADORES NETOS?

PEREIRA LÓPEZ, XESÚS

xesus.pereira@usc.es

*Universidade de Santiago de Compostela / Departamento de Economía Cuantitativa
Avda. do Burgo das Nacións, s/n, 15782. Santiago de Compostela*

FERNÁNDEZ FERNÁNDEZ, MELCHOR

melchor.fernandez@usc.es

*Universidade de Santiago de Compostela / IDEGA
Avda. das Ciencias, Chalet nº 1, Campus Universitario Sur, 15782. Santiago de Compostela*

Recibido (17/10/2015)

Revisado (12/12/2015)

Aceptado (14/12/2015)

RESUMEN: En este artículo se realizan rectificaciones de la inversa de Leontief para lograr multiplicadores input-output netos, sin recurrir a simples supresiones de algunos de sus elementos. Además, para contribuir a una mayor precisión en el cálculo de estos multiplicadores, se ejecuta una normalización específica de dicha inversa. La aplicación práctica se ciñe a la economía gallega, para el año 2011. En ella, se comparan los sectores de impulso y de arrastre que se han obtenido de acuerdo con la técnica tradicional con los que se han obtenido mediante las extensiones metodológicas aquí planteadas. Los resultados permiten mostrar que la caracterización de ciertos sectores tradicionalmente considerados como clave, por ejemplo la construcción, puede ser muy sensible a la formulación de los multiplicadores netos.

Palabras clave: input-output, inversa de Leontief, multiplicadores netos, sectores clave.

ABSTRACT: The aim of this paper is to calculate net input-output multipliers using different adjustments on the Leontief inverse, without simply removing part of its elements. Moreover, in order to increase the accuracy of the estimation, a standardization of the inverse is offered. The empirical application is presented for the Galician economy, based on the year 2011. A comparison between the proposed extended methodology and the traditional I-O techniques is shown, throughout the results obtained in the estimation of the backward and forward sectoral linkages. With this new approach, some of the conventional key sectors will not appear as such, like the case of the construction sector.

Keywords: input-output, Leontief inverse, net multipliers, key sectors.

1. Introducción

Uno de los usos característicos de la metodología input-output (IO) es la evaluación del efecto provocado, sobre una determinada economía, por los cambios en las variables que le son exógenas. Así, cuando se producen cambios exógenos en cualquier elemento de la demanda agregada por la acción de un solo agente, y se espera que los cambios que se produzcan a corto plazo, se utiliza generalmente la expresión “análisis de impacto”. Los estudios de impacto económico sirven para cuantificar el efecto y los beneficios sobre la economía y el empleo de cualquier actividad susceptible de generar un impacto socioeconómico. En un contexto de crisis y recursos económicos limitados, el análisis de impacto se convierte en una herramienta esencial para las Administraciones Públicas para estimar los retornos de sus inversiones, y elegir aquellas actividades con mayor beneficio para el conjunto de la sociedad.

En el análisis de impacto, se emplean habitualmente diferentes indicadores sintéticos –emanados de la inversa de Leontief–, conocidos como multiplicadores IO. El concepto de multiplicador se corresponde con la diferencia obtenida entre el efecto inicial de cambios exógenos (demanda final) y los efectos totales. En la literatura existen numerosas referencias tempranas sobre esta noción, tal como Miernyk (1967), Miernyk et al. (1967), Schaffer (1976), Pleeter (1980) y Hewings (1985). Con el paso del tiempo los estudios de esta índole se ampliaron sustancialmente y surgieron diversas aplicaciones, véanse entre otros a Miernyk (1976), Pibbs y Holsman (1981), Szyrmer (1992), Gim y Kim (1998, 2005), Sonis et al. (2000), Lenzen (2001), Liew (2005), Miller y Blair (2009) o Temurshoev y Oosterhaven (2014). Como corolario inmediato de los multiplicadores IO están las diversas técnicas para detectar sectores clave de una economía, aquellos que se caracterizan por su capacidad para generar efectos de arrastre e impulso sobre otros sectores. Es decir, se trata de averiguar los vínculos, o *linkages*, hacia atrás o hacia delante de los distintos sectores para construir rankings que servirán de base para identificar los sectores clave. Las fórmulas para detectar *linkages* pueden ser simples o algo más complejas; es decir, se puede trabajar con los coeficientes directos (Chenery y Watanabe, 1958) o con los elementos de las inversas de Leontief, o de Ghosh (Rasmussen, 1956; y Beyers, 1976).

Oosterhaven y Stelder (2002), en la búsqueda de un mayor grado de precisión, introducen el concepto de multiplicadores IO netos. Para no efectuar sobrevaloraciones, tanto en los análisis de impacto como en estudios contiguos se debe tener en cuenta la necesidad de normalizar y ponderar los multiplicadores en función de la importancia relativa en el VAB, empleo o demanda final de cada una de las ramas. A partir de ahí es cuando surge un emocionado y acelerado debate, en el que participan Mesnard (2002, 2004), Oosterhaven (2004, 2007) y Dietzenbacher (2005), llegando estos a la conclusión de que resulta más apropiado hablar de vínculos hacia atrás netos, en vez de multiplicadores IO netos. La loable advertencia de Oosterhaven y Stelder, acerca de las sobrevaloraciones en los análisis de impacto, requiere aportaciones teóricas para lograr idóneas rectificaciones de los multiplicadores tradicionales, pero es difícil dar una respuesta teórica a este reto científico, tal como así es reconocido por la comunidad científica.

Dentro de las alteraciones del modelo de Leontief también se encuentra el método de extracción hipotética¹, que consiste en suponer que un sector productivo es extraído y acto seguido se calcula el impacto de esa hipotética supresión sobre el resto de sectores de la economía, Strassert (1968). Esta idea recibió ciertas críticas y, en consecuencia, surgieron otras variantes como las diseñadas por Cella (1984, 1986) o Dietzenbacher y van der Linden (1997). En efecto, Dietzenbacher y van der Linden (1997) retocaron la propuesta inicial, a través de una extracción de carácter parcial: eliminar sólo la columna de la rama productiva, aunque respetando su oferta. Por esta vía se permite conocer la cuantía de sus relaciones hacia atrás de forma individualizada.

Como han mostrado los múltiples trabajos comentados, la utilidad del análisis IO, es muy sensible a la adecuada explotación de la información que aporta la inversa de Leontief. La contribución de este trabajo

¹ Esta técnica se le atribuye a Strassert (1968), aunque fue sugerida previamente por de Caemel *et al.* (1965). Posteriormente, Miller (1966) la adaptó al ámbito del análisis regional.

se refiere a este último punto. Por lo tanto, el principal objetivo es analizar la sensibilidad de los resultados obtenidos a diferentes formulaciones de la matriz inversa de Leontief para lograr multiplicadores IO netos, utilizando una formulación alternativa a la propuesta por Oosterhaven y Stelder (2002). En nuestra aproximación, los modelos IO se formularán de una forma específica, por lo que los multiplicadores netos quedarán justificados mediante desarrollos algebraicos. Simplemente, se afrontarán rectificaciones, que deben ser factibles desde el punto de vista matemático y al mismo tiempo deben poseer significado económico. Así, se entiende que las transformaciones de los modelos IO son un requisito previo en la búsqueda de multiplicadores netos. A estos efectos, se entiende que se deben evitar transformaciones aisladas de matrices concretas –generalmente la inversa de Leontief o la de Ghosh–, que en cierto modo tenderían a descuidar el rol que estas desempeñan dentro del correspondiente modelo. En general, las posibilidades de transformación (de los elementos de las inversas) son numerosas, pero deben responder a un objetivo concreto. Así, Pereira et al. (2013) reescriben el modelo de demanda para asegurarse inversas de Leontief no negativas, en aquellos casos en donde existan elementos negativos en el vector (agregado) de inputs primarios. Tal y como se verá, se considera oportuno tomar como punto de partida dicha modificación para obtener multiplicadores netos, que a su vez serían susceptibles de uso para detectar sectores clave.

A continuación, se presenta brevemente la metodología IO. El núcleo del trabajo son las secciones 3 y 4, en donde se propone una transformación del modelo de Leontief para evitar las sobrevaloraciones de los multiplicadores y se calculan unos nuevos multiplicadores “netos” sin excluir los autoconsumos. La sección 5 muestra la aplicación de la nueva metodología al cálculo de sectores clave en la economía gallega usando el marco IO de 2011. El trabajo finaliza con unas breves conclusiones.

2. Metodología input-output: definiciones básicas e identificación de sectores clave

El campo de aplicación de la metodología IO es cada día más amplio. Desde el análisis de flujos migratorios, de pasajeros o incluso de contenedores entre puertos, hasta el análisis de la deslocalización y los efectos medioambientales de los procesos productivos. Pero probablemente la aplicación más usual se encuentre en el ámbito económico.

Hay que diferenciar el modelo cerrado de Leontief del abierto. En un primer momento, Leontief utiliza un modelo descriptivo de la interdependencia, totalmente cerrado, en el que no existen variables externas al sistema; es decir, todos los bienes tienen relación y por consiguiente son endógenos. En este sentido, se considera x un vector en el que se consideran conjuntamente las cantidades producidas de todos los bienes y servicios posibles y los factores primarios utilizados; el modelo cerrado IO es del tipo:

$$x = Ax. \quad (1)$$

En este contexto, A es una matriz de coeficientes técnicos que muestra las proporciones en las que bienes y factores se emplean para producir otros bienes y factores

El modelo abierto de demanda, o Leontief, es muy utilizado en el análisis económico. En efecto, será con el que se trabaje en esta ocasión. Ahora bien, antes de abordar la idea principal del artículo, se considera necesario introducir ciertas definiciones básicas de la metodología IO y otros aspectos colaterales.

Así, se define un coeficiente técnico como el cociente entre cada elemento de la matriz de transacciones intermedias y la producción efectiva de la rama de actividad correspondiente:

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j}, \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

en donde x_{ij} es el elemento genérico de la matriz de relaciones intrasectoriales (también conocida como matriz de consumos intermedios) X , y x_j es la producción efectiva de la rama j -ésima. De tal forma que la matriz A recoge los coeficientes técnicos:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

La estructura de compras perteneciente a una rama de actividad, o industria, aparece por columnas.

La matriz $(I - A)^{-1}$ se denomina inversa de Leontief, y es la principal referencia para lograr los multiplicadores IO. Sus elementos cuantifican los requerimientos directos e indirectos de producción necesarios para satisfacer un incremento de la demanda final. Para definir la inversa de Leontief se toma como punto de partida la relación contable que se corresponde con la suma por filas de la tabla IO:

$$x_i = x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{in} + y_i, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n. \quad (4)$$

De acuerdo con la definición de los coeficientes técnicos, la expresión precedente se convierte en

$$x_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n + y_i. \quad (5)$$

Para el conjunto de la economía, en expresión matricial se tiene que

$$x = Ax + y, \quad (6)$$

en donde x es el vector de producción por sectores ($n \times 1$), A es la matriz de coeficientes técnicos ($n \times n$), e y es el vector de demanda final neta de importaciones ($n \times 1$).

A partir de aquí, se obtiene el modelo de demanda abierto:

$$x = (I - A)^{-1}y = Ly. \quad (7)$$

Para mayor detalle, la inversa de Leontief se puede expresar tal como

$$(I - A)^{-1} = L = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \cdots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \cdots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

El formato de la tabla IO –simétrica– permite construir un modelo alternativo: el de oferta (o también denominado de Ghosh). Para este modelo, los coeficientes (de mercado o distribución) se establecen en horizontal y la variable determinada exógenamente es el valor añadido. Este modelo no ha sido tan utilizado como el de demanda (Pulido y Fontela, 1993).

Los coeficientes de distribución se definen como

$$d_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_i}, \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n. \quad (9)$$

El modelo de Ghosh se elabora de una forma análoga al de Leontief, para ello es preciso considerar la relación contable por columnas de la tabla IO (en versión transpuesta):

$$x^t = i^t X + v^t, \quad (10)$$

en donde v es el vector de inputs primarios.

Dado que $i^t X = x^t D$ (en donde D es la matriz de coeficientes de distribución) se puede realizar dicha sustitución, de tal modo que

$$x^t = x^t D + v^t, \quad (11)$$

A partir de aquí, se obtiene el modelo de oferta:

$$x^t = v^t (I - D)^{-1} = v^t G, \quad (12)$$

la matriz $(I - D)^{-1}$ se conoce como la inversa de Ghosh y el vector v actúa como variable independiente, dentro del correspondiente sistema de ecuaciones lineales.

De acuerdo con los modelos de demanda y oferta, se tienen los multiplicadores asociados a ambos enfoques, que se definen a continuación mediante expresiones matriciales:

- Multiplicador de producción: $O^\alpha = i^t (I - A)^{-1} = i^t L$.
- Multiplicador de una expansión uniforme de la demanda: $T^\alpha = (I - A)^{-1} i = Li$.
- Multiplicador de oferta, o de inputs: $O^\delta = (I - D)^{-1} i = Gi$.
- Multiplicador de una expansión uniforme de los inputs primarios: $T^\delta = i^t (I - D)^{-1} = i^t G$.

En realidad, los cálculos para obtener dichos multiplicadores son muy sencillos, dado que únicamente se trata de sumar, bien por filas o bien por columnas, los elementos de la matriz inversa de Leontief, o de Ghosh.

A partir de los multiplicadores definidos, Rasmussen recurre a índices que ofrecen la oportunidad de identificar sectores clave de una economía (Rasmussen, 1956). El multiplicador de la producción de un incremento en la demanda del sector j se puede expresar de la siguiente forma:

$$O_j^\alpha = \alpha_{\cdot j} = \sum_i \alpha_{ij}, \quad (13)$$

que cuantifica el efecto, directo e indirecto, sobre la producción de todos los sectores ante el incremento en una unidad de la demanda final en j .

El índice de poder de dispersión de vínculos hacia atrás, o *backward linkages* (BL), es de la siguiente forma:

$$U_{\cdot j} = \frac{\frac{1}{n} \alpha_{\cdot j}}{\frac{1}{n^2} \alpha_{\cdot\cdot}}, \quad (14)$$

en donde el numerador representa la media de los efectos sobre un sector y el denominador representa la media global,

$$\alpha_{\cdot\cdot} = \sum_i \sum_j \alpha_{ij},$$

que es muy útil para normalizar los resultados y que favorece las comparaciones de estos. El valor de $U_{\cdot j}$ es una medida relativa de la fuerza con la que, de darse, un aumento en la demanda j se dispersa a través del sistema económico.

El índice de sensibilidad de dispersión de vínculos hacia adelante, efectos difusión o *forward linkages* (FL), se expresa por²

$$U_{i\cdot} = \frac{\frac{1}{n} \alpha_{i\cdot}}{\frac{1}{n^2} \alpha_{\cdot\cdot}}. \quad (15)$$

² Este índice se apoya en el multiplicador de una expansión uniforme de la demanda. Es fácil reconocer la notación empleada ahora.

Su función es medir como le afectaría al sector i un aumento en la demanda final de todo el sistema. Si $U_{i.} > 1$, la influencia que tiene, sobre la producción del sector i de un crecimiento de la demanda de cualquier sector seleccionado al azar, es superior a la media.

Tomando como referencia los índices mencionados, un sector puede definirse como clave para una economía si $U_{.j} > 1$ y $U_{i.} > 1$, al darse efectos de arrastre en dos sentidos, tanto del sector en cuestión sobre otros sectores como de otros sectores sobre él. Si $U_{i.} > 1$, y $U_{.j} < 1$, se dice sector impulsor. Por la contra, si $U_{.j} > 1$ y $U_{i.} < 1$ es un sector base. Por último, si $U_{.j} < 1$ y $U_{i.} < 1$ es un sector independiente, asilado o incluso “anticlave”³.

En todo caso, lo más importante –en el momento de obtener multiplicadores IO apropiados– es elegir correctamente la matriz sobre la que se efectúan los cálculos. Como norma general, y en la aplicación práctica así se procederá, se acude a la matriz inversa de Leontief interior, o doméstica. De este modo, se estiman los efectos intersectoriales sobre la producción interior de los sectores de la economía.

El proceso para identificar ramas clave también ha sido objeto de controversia y son múltiples las técnicas empleadas para tal fin (Robles y Sanjuán, 2005). El hecho de detectar, o identificar, las ramas clave de una economía es una tarea imprescindible para tomar decisiones políticas, con vistas a contribuir al crecimiento económico. Por lo tanto, es preciso un rastreo continuo de estas ramas ya que las mismas – con el paso del tiempo– pueden dejar de dinamizar una economía, o por el contrario, sectores que anteriormente no tenían esta capacidad empiecen a tenerla en algún momento. En ambos los dos casos, es recomendable identificar dichos sectores⁴.

3. Transformación del modelo de Leontief

En las tareas de obtención de multiplicadores IO, el elemento central es la forma de deducir la diferencia entre los efectos iniciales y los efectos provocados por el cambio en cuestión. Además, es deseable evitar valoraciones erróneas o, por lo general, exageradas. En este sentido, Sancho (2012) apunta que los multiplicadores IO (de producción) se emplean rutinariamente al tomar decisiones y una sociedad no puede permitir cálculos erróneos al respecto porque le resultaría costoso. Es por ello que en este apartado se presenta el modelo de demanda transformado de un modo concreto. Explícitamente, lo que se pretende es valorar de modo conveniente el rol que desempeñan los autoconsumos dentro del proceso productivo, todo ello para evitar las mencionadas sobrevaloraciones⁵.

Primeramente, se considera la matriz de Leontief (de flujos totales)⁶

$$(I - A) = K = \begin{pmatrix} 1 - a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ -a_{21} & 1 - a_{22} & \cdots & -a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \cdots & 1 - a_{nn} \end{pmatrix}, \quad (16)$$

Después, se elabora una matriz diagonal con los elementos de la diagonal principal:

³ Sancho y Cardenete (2014) tratan esta clasificación tan recurrida; si bien, la explotan en el entorno de las matrices de contabilidad social (SAM).

⁴ En el periodo de programación 2014-2020 es obligatorio realizar una evaluación ex ante de cualquier operación que incluya instrumentos financieros cofinanciados por los fondos de cohesión, lo que ha devuelto al primer plano académico y profesional la utilización de esta metodología.

⁵ A partir de aquí sería inmediato transformar de un modo análogo los modelos de oferta, o los modelos de demanda y oferta de flujos interiores (domésticos).

⁶ Para facilitar la exposición del artículo, en determinados casos se optará por simbolizar la matriz de Leontief por K .

$$(I - \hat{A}) = \hat{K} = \begin{pmatrix} 1 - a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 - a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 - a_{nn} \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Como puede verse en la diagonal, a la unidad se le sustrae el valor del coeficiente técnico asociado al autoconsumo de las distintas ramas productivas. Esta matriz se utilizará posteriormente como factor de rectificación de los multiplicadores. De acuerdo con las características de los coeficientes técnicos – recuérdese que los mismos son no negativos y estrictamente menores que uno– existe una matriz no negativa \hat{K}^{-1} .

Los elementos de la diagonal principal de la inversa de Leontief son del siguiente modo:

$$\alpha_{ii} = 1 + a_{ii} + \sum_{j=1}^n a_{ij} a_{ji} + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n a_{ij} a_{jk} a_{ki} + \cdots, \forall i = 1, 2, \dots, n. \quad (18)$$

Por lo que se seleccionan también los distintos productos entre a_{ii} –es decir $a_{ii} a_{ii}$, $a_{ii} a_{ii} a_{ii}$ y así sucesivamente según se avance en las rondas productivas– para deducírselos a la unidad y construir otra matriz⁷

$$(I - \hat{A}_{(S)}) = \hat{K}_{(S)} = \begin{pmatrix} 1 - \bar{a}_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 - \bar{a}_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 - \bar{a}_{nn} \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Cada \bar{a}_{ii} ($i = 1, 2, \dots, n$) es una serie numérica convergente: $\bar{a}_{ii} = \sum_{n=1}^{\infty} a_{ii}^n$. Además, se asume que el nivel de desagregación de las tablas IO facilita que los \bar{a}_{ii} sean estrictamente menores que uno; y por definición de los coeficientes técnicos se sabe que los \bar{a}_{ii} son no negativos. Por lo tanto, existiría la matriz no negativa $\hat{K}_{(S)}^{-1}$.

A partir de (16) y (17), se construye la siguiente matriz instrumental:

$$(I - \hat{K}^{-1}(I - A)) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{a_{12}}{1 - a_{11}} & \cdots & \frac{a_{1n}}{1 - a_{11}} \\ \frac{a_{21}}{1 - a_{22}} & 0 & \cdots & \frac{a_{2n}}{1 - a_{22}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{a_{n1}}{1 - a_{nn}} & \frac{a_{n2}}{1 - a_{nn}} & \cdots & 0 \end{pmatrix}, \quad (20)$$

y otra similar, si se tienen en cuenta las distintas rondas productivas,

$$(I - \hat{K}_{(S)}^{-1}(I - A)) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{a_{12}}{1 - \bar{a}_{11}} & \cdots & \frac{a_{1n}}{1 - \bar{a}_{11}} \\ \frac{a_{21}}{1 - \bar{a}_{22}} & 0 & \cdots & \frac{a_{2n}}{1 - \bar{a}_{22}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{a_{n1}}{1 - \bar{a}_{nn}} & \frac{a_{n2}}{1 - \bar{a}_{nn}} & \cdots & 0 \end{pmatrix}. \quad (21)$$

⁷ A través del subíndice (S) se trata de indicar que se recurre a la serie numérica especificada.

Con vistas a obtener otra expresión del modelo de demanda, que sirva posteriormente de base para lograr multiplicadores netos IO, se efectúan ciertas transformaciones algebraicas. En este sentido, se premultiplican ambos miembros de $(I - A)x = y$ por la matriz \hat{K}^{-1} .

$$\hat{K}^{-1}(I - A)x = \hat{K}^{-1}y \tag{22}$$

y, a continuación, se le suman a los mismos el vector de producción:

$$\hat{K}^{-1}(I - A)x + x = \hat{K}^{-1}y + x. \tag{23}$$

Obteniendo que

$$x = \hat{K}^{-1}y + x - \hat{K}^{-1}(I - A)x; \tag{24}$$

o alternativamente

$$x = \hat{K}^{-1}y + (I - \hat{K}^{-1}(I - A))x. \tag{25}$$

En donde las ecuaciones son de la siguiente forma:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{1}{1 - a_{11}} y_1 + \frac{a_{12}}{1 - a_{11}} x_2 + \dots + \frac{a_{1n}}{1 - a_{11}} x_n \\ x_2 &= \frac{1}{1 - a_{22}} y_2 + \frac{a_{21}}{1 - a_{22}} x_1 + \dots + \frac{a_{2n}}{1 - a_{22}} x_n \\ &\dots\dots\dots \\ x_n &= \frac{1}{1 - a_{nn}} y_n + \frac{a_{n1}}{1 - a_{nn}} x_1 + \dots + \frac{a_{n(n-1)}}{1 - a_{nn}} x_{n-1} \end{aligned} \right\} \tag{26}$$

o sea, cada ecuación se escribe de la siguiente manera:

$$\forall i = 1, 2, \dots, n, \quad x_i = \frac{1}{1 - a_{ii}} y_i + \sum_{j=1(j \neq i)}^n \frac{a_{ij}}{1 - a_{ii}} x_j. \tag{27}$$

En realidad, cada ecuación representa una descomposición de la producción de la rama i por destinos, bien sea encaminada a satisfacer la demanda final o bien hacia la demanda intermedia de las restantes ramas que componen el sistema económico, atendiendo siempre a los autoconsumos de la rama suministradora.

Ahora, si se multiplican (por la izquierda) ambos miembros de (25) por $(I - \hat{K}^{-1}(I - A))$ se obtiene

$$(I - \hat{K}^{-1}(I - A))x = (I - \hat{K}^{-1}(I - A))[\hat{K}^{-1}y + (I - \hat{K}^{-1}(I - A))x]. \tag{28}$$

A partir de aquí,

$$x - \hat{K}^{-1}(I - A)x = (I - \hat{K}^{-1}(I - A))\hat{K}^{-1}y + (I - \hat{K}^{-1}(I - A))^2 x. \tag{29}$$

como $(I - A)x$ se corresponde con el vector y , se tiene que

$$x = \hat{K}^{-1}y + (I - \hat{K}^{-1}(I - A))\hat{K}^{-1}y + (I - \hat{K}^{-1}(I - A))^2 x. \tag{30}$$

Repetiendo el anterior proceso sucesivamente se logra la expresión general:

$$\begin{aligned} x &= \hat{K}^{-1}y + (I - \hat{K}^{-1}(I - A))\hat{K}^{-1}y + \dots + \\ &+ (I - \hat{K}^{-1}(I - A))^n \hat{K}^{-1}y + (I - \hat{K}^{-1}(I - A))^{n+1} x. \end{aligned} \tag{31}$$

A partir de un determinado n , la matriz $(I - \hat{K}^{-1}(I - A))^{n+1}$ se aproxima a la matriz nula, o sea que $\lim_{n \rightarrow \infty} (I - \hat{K}^{-1}(I - A))^n = 0$. Entonces, se tiene que

$$x = \left[\sum_{n=0}^{\infty} (I - \hat{K}^{-1}(I - A))^n \right] \hat{K}^{-1}y = L_{(I)}^* \hat{K}^{-1}y. \quad (32)$$

En esta representación alternativa del modelo de demanda, el vector $\hat{K}^{-1}y$ es la variable independiente.

4. Revisión de los multiplicadores input-output netos

Las posibilidades de transformación, o rectificación, de los elementos de la inversa de Leontief son diversas, sobre todo porque el álgebra lineal así lo permite. Sin embargo, dichas transformaciones tienen que responder a un objetivo concreto, además no deben descuidar su significado económico en ningún momento. En este caso se trata de determinar los multiplicadores IO netos, por eso es imprescindible conocer los elementos de la inversa de Leontief transformada en (32) –simbolizada precedentemente por $L_{(I)}^*$ – para su correspondiente interpretación.

Para ello se introduce la matriz identidad en (7) a modo de producto $\hat{K}\hat{K}^{-1}$.

$$x = Ly = L\hat{K}\hat{K}^{-1}y = L(I - \hat{A})(I - \hat{A})^{-1}y. \quad (33)$$

De tal modo, que se obtiene un modelo de demanda modificado, que además está calibrado,

$$x = L_{(I)}^* \hat{K}^{-1}y = L_{(I)}^*(I - \hat{A})^{-1}y. \quad (34)$$

Así, no se excluyen los autoconsumos, simplemente se les trata de una forma específica que está motivada por el objetivo de este artículo: pretender multiplicadores netos más exactos y que, en consecuencia, eviten sobrevaloraciones.

Para más detalle, se observa que la inversa de Leontief (tipo I) asociada al modelo es

$$L_{(I)}^* = L\hat{K} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \cdots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \cdots & \alpha_{nm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 - a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 - a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 - a_{mm} \end{pmatrix} \quad (35)$$

por lo que

$$L_{(I)}^* = \begin{pmatrix} \alpha_{11}(1 - a_{11}) & \alpha_{12}(1 - a_{22}) & \cdots & \alpha_{1n}(1 - a_{mm}) \\ \alpha_{21}(1 - a_{11}) & \alpha_{22}(1 - a_{22}) & \cdots & \alpha_{2n}(1 - a_{mm}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1}(1 - a_{11}) & \alpha_{n2}(1 - a_{22}) & \cdots & \alpha_{nm}(1 - a_{mm}) \end{pmatrix}. \quad (36)$$

A los elementos de la inversa de Leontief, se les detrae la proporción dada por el coeficiente del autoconsumo de la rama suministradora, sobre la que se produce el incremento de la demanda final. Esta matriz se puede considerar como una primera aproximación de los multiplicadores netos IO, que después será objeto de matización.

Miller y Blair (2009, pp. 278-279) abordan los multiplicadores IO netos de un modo distinto. En efecto, consideran la matriz $X_{net} = X - \hat{X}$ y la matriz diagonal $\hat{x}_{net} = \hat{x} - \hat{X}$ para construir la correspondiente matriz de coeficientes técnicos⁸:

$$A_{net} = X_{net}(\hat{x}_{net})^{-1} = (X - \hat{X})(\hat{x} - \hat{X})^{-1}. \quad (37)$$

A partir de aquí, se tiene que la inversa neta adquiere la siguiente expresión⁹:

$$L_{net} = \hat{x}_{net} \hat{x}^{-1} L. \quad (38)$$

Tomando esta rectificación de la inversa de Leontief, véase cómo se tendría que modificar el modelo de demanda:

$$x = Ly = \hat{x} \hat{x}^{-1} Ly = \hat{x}(\hat{x}_{net})^{-1} \hat{x}_{net} \hat{x}^{-1} Ly = \hat{x}(\hat{x}_{net})^{-1} L_{net} y. \quad (39)$$

Obsérvese que $\hat{x}_{net} \hat{x}^{-1}$ es una matriz diagonal, en donde su elemento genérico es $\frac{x_i - x_{ii}}{x_i}$ ($i = j$), simplifícadamente $1 - a_{ii}$. Por lo que, se da la circunstancia de que

$$\hat{x}_{net} \hat{x}^{-1} = (I - \hat{A}) = \hat{K}. \quad (40)$$

Es decir,

$$x = \hat{K}^{-1} \hat{K} L y = \hat{K}^{-1} L_{net} y. \quad (41)$$

Según este planteamiento, la rectificación de la inversa de Leontief es ejecutada por filas, y no por columnas. Desde el punto de vista matemático, no existe problema alguno para que así se haga. Ahora bien, las distintas matrices, y vectores, pertenecientes al modelo transformado deben tener sentido. La pregunta es: ¿cuál es el significado de la matriz \hat{K}^{-1} dentro de este contexto? Además, surge aquí la duda de qué modo se deben realizar las rectificaciones sobre la inversa de Leontief, en base a los autoconsumos de la rama en donde se da el incremento de la demanda final o en base a los autoconsumos de la rama productora.

Ahora, a efectos de contribuir a una mayor precisión en la obtención de multiplicadores IO netos, se considera apropiado normalizar la matriz (36) a través de los elementos de la diagonal principal de la inversa de Leontief, véase (8). En este sentido, se construye una matriz diagonal con los elementos de la diagonal principal de la inversa de Leontief

$$\hat{L} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \alpha_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}. \quad (42)$$

Si se considera el modelo base (33) y si se introduce la matriz identidad a modo de $\hat{L}^{-1} \hat{L}$ es posible reescribir el modelo de la siguiente forma:

$$x = L \hat{K} \hat{K}^{-1} y = L \hat{K} \hat{L}^{-1} \hat{L} \hat{K}^{-1} y = L(I - \hat{A}) \hat{L}^{-1} \hat{L} (I - \hat{A})^{-1} y. \quad (43)$$

Por lo tanto, se obtiene un modelo de demanda (modificado) que también está calibrado¹⁰:

⁸ Los cambios de notaciones podrían despistar al lector. Es por ello que se intentan adaptar las mismas, sin que se provoque una distorsión en la argumentación utilizada por Miller y Blair (2009).

⁹ Demostración atribuida a Weber (1998).

¹⁰ Este modelo se puede desarrollar de una forma alternativa, atendiendo a la misma normalización pero ejecutada sobre la matriz \hat{A} . En efecto,

$$x = L_{N(I)}^* \hat{L} \hat{K}^{-1} y = L_{N(I)}^* \hat{L} (I - \hat{A})^{-1} y \quad (44)$$

A continuación se observa que la inversa neta –tipo $N(I)$, por aquello de que se normaliza el efecto del autoconsumo necesario en la primera ronda del proceso productivo– es del siguiente modo

$$L_{N(I)}^* = L \hat{K} \hat{L}^{-1} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \cdots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \cdots & \alpha_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1-a_{11}}{\alpha_{11}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1-a_{22}}{\alpha_{22}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \alpha_{11} & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1-a_{nn}}{\alpha_{nn}} \end{pmatrix} \quad (45)$$

Por lo que

$$L_{N(I)}^* = \begin{pmatrix} \alpha_{11} \frac{(1-a_{11})}{\alpha_{11}} & \alpha_{12} \frac{(1-a_{22})}{\alpha_{22}} & \cdots & \alpha_{1n} \frac{(1-a_{nn})}{\alpha_{nn}} \\ \alpha_{21} \frac{(1-a_{11})}{\alpha_{11}} & \alpha_{22} \frac{(1-a_{22})}{\alpha_{22}} & \cdots & \alpha_{2n} \frac{(1-a_{nn})}{\alpha_{nn}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} \frac{(1-a_{11})}{\alpha_{11}} & \alpha_{n2} \frac{(1-a_{22})}{\alpha_{22}} & \cdots & \alpha_{nn} \frac{(1-a_{nn})}{\alpha_{nn}} \end{pmatrix}. \quad (46)$$

Como es evidente, los elementos de la diagonal principal se pueden simplificar.

De tal forma que los cálculos para obtener multiplicadores IO netos se efectuarían sobre las matrices (36) y (46). En la búsqueda de una mayor precisión se podría utilizar en la transformación del modelo la matriz instrumental (19), por lo que se lograría de una forma similar la inversa

$$L_{(S)}^* = \begin{pmatrix} \alpha_{11}(1-\bar{a}_{11}) & \alpha_{12}(1-\bar{a}_{22}) & \cdots & \alpha_{1n}(1-\bar{a}_{nn}) \\ \alpha_{21}(1-\bar{a}_{11}) & \alpha_{22}(1-\bar{a}_{22}) & \cdots & \alpha_{2n}(1-\bar{a}_{nn}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1}(1-\bar{a}_{11}) & \alpha_{n2}(1-\bar{a}_{22}) & \cdots & \alpha_{nn}(1-\bar{a}_{nn}) \end{pmatrix}, \quad (47)$$

o la inversa normalizada

$$\begin{aligned} x &= L(I - \hat{A})(I - \hat{A})^{-1} y = L(I - \hat{A}I)(I - \hat{A})^{-1} y = L(I - \hat{A}\hat{L}^{-1}\hat{L})(I - \hat{A})^{-1} y = \\ &= L(\hat{L}^{-1}\hat{L} - \hat{A}\hat{L}^{-1}\hat{L})(I - \hat{A})^{-1} y = L(\hat{L}^{-1} - \hat{A}\hat{L}^{-1})\hat{L}(I - \hat{A})^{-1} y = \\ &= L(I - \hat{A})\hat{L}^{-1}\hat{L}(I - \hat{A})^{-1} y = L_{N(I)}^* \hat{L}(I - \hat{A})^{-1} y. \end{aligned}$$

Se entiende que al aplicar esta normalización se evitan dudas de carácter metodológico. Porque, en realidad, lo que se hace es relativizar los valores de los a_{ii} sobre los α_{ii} , de los que forman parte.

$$L_{N(S)}^* = \begin{pmatrix} \alpha_{11} \frac{(1 - \bar{a}_{11})}{\alpha_{11}} & \alpha_{12} \frac{(1 - \bar{a}_{22})}{\alpha_{22}} & \dots & \alpha_{1n} \frac{(1 - \bar{a}_{nn})}{\alpha_{nn}} \\ \alpha_{21} \frac{(1 - \bar{a}_{11})}{\alpha_{11}} & \alpha_{22} \frac{(1 - \bar{a}_{22})}{\alpha_{22}} & \dots & \alpha_{2n} \frac{(1 - \bar{a}_{nn})}{\alpha_{nn}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} \frac{(1 - \bar{a}_{11})}{\alpha_{11}} & \alpha_{n2} \frac{(1 - \bar{a}_{22})}{\alpha_{22}} & \dots & \alpha_{nn} \frac{(1 - \bar{a}_{nn})}{\alpha_{nn}} \end{pmatrix}. \quad (48)$$

A partir de aquí, sería inmediato calcular los índices de poder y sensibilidad de dispersión, simbolizados anteriormente por BL y FL de forma respectiva, véanse las fórmulas (14) y (15).

5. Sectores clave de la economía gallega

Con el objetivo de identificar los sectores clave de la economía gallega, se considera el marco IO de Galicia para el año 2011, y de forma más concreta se acude a la tabla IO simétrica de flujos interiores. Es decir, se excluyen las importaciones dado que distorsionarían los resultados sobre los sectores clave desde el punto de vista del desarrollo endógeno regional. Antes de entrar en la exposición de la aplicación práctica, se indican los sectores que han sido clasificados últimamente como clave en Galicia, para ello se acude a los marcos IO de Galicia de los años 1998, 2005 y 2008.

Tabla 1. Sectores clave de la economía gallega (1998, 2005 y 2008)

1998	2005
38 Construcción 32 Fabricación de vehículos de motor, remolques y semirremolques 51 Actividades inmobiliarias 41 Comercio al por menor y reparaciones, excepto vehículos de motor 43 Transporte terrestre 56 Administración Pública 18 Industria de la madera y de la corteza 22 Industria química 39 Comercio y reparación de vehículos de motor, venta al por menor de combustible 01 Agricultura, ganadería y caza 16 Industria de confección	R45 Construcción R34 Fabricación de vehículos de motor, remolques y semirremolques R70 Actividades inmobiliarias R55B Servicio de comidas R52 Comercio al por menor, excepto vehículos de motor, reparación de efectos personales y utensilios domésticos R75 Administración Pública, defensa y Seguridad Social obligatoria R51 Comercio al por mayor e intermediarios de comercio, excepto vehículos de motor R27 Metalurgia R40 Producción y distribución de energía eléctrica, gas, vapor y agua caliente R20 Industria de la madera y de la corteza, excepto muebles
2008	
R41_43 Construcción R02 Silvicultura y explotación forestal R16 Industria de la madera y de la corteza excepto muebles R73 Publicidad y estudios de mercado R35 Suministro de energía eléctrica, gas, vapor y aire acondicionado R59_60 Actividades cinematográficas de video y televisión, grabación de sonido y edición musical, actividades de programación y emisión de radio y televisión de mercado R52 Almacenamiento y actividades anexas al transporte R47B Comercio al por menor de combustible para vehículos de motor R24 Fabricación de otros productos minerales no metálicos R72 Investigación y desarrollo R77 Actividades de alquiler R65 Seguros reaseguros y fondos de pensiones, excepto Seguridad Social obligatoria	

Fuente: Elaboración propia a partir de IGE (2010a, 2010b) e IGE (2015a).

Como puede verse en la Tabla 1, a lo largo de los diez años indicados se han producido cambios en la clasificación de los sectores clave de la economía de Galicia. En el año 1998 se reconocían como clave doce sectores en esta economía, en el 2005 se identificaban como clave diez ramas. En relación al 2008, vuelven a ser otra vez doce. Si bien, es preciso decir que el nivel de desagregación ha variado en los tres marcos IO señalados, por lo que el número en sí no debe considerarse importante. En la Tabla 1, se observan los cambios en la sectorización. Para el año 2008, permanecen como sectores clave, la Construcción, Industria de la madera y de la corteza, Comercio al por menor; y finalmente, Suministro de energía eléctrica, gas, vapor y agua caliente. Tanto la Construcción, como la Industria de la madera, como el Comercio al por menor han sido sectores clave durante esa década (1998-2008). La existencia de pocas coincidencias puede ser debido a la agregación, o la desagregación, de alguna rama, por lo que implicaría su ausencia, o su presencia, dentro del listado de sectores clave.

Tabla 2. Ranking de los sectores con capacidad de arrastre de Galicia, 2011

	Método usual	Modificado	Normalizado
1º	R37_38NM	R37_38NM	R37_38NM
2º	R10C	R10C	R10C
3º	R10A	R10A	R10A
4º	R41_43	R30	R30
5º	R36_39M	R17	R17
6º	R02	R23	R03B
7º	R52	R03B	R50_51
8º	R23	R31	R31
9º	R24	R24	R23
10º	R01	R16	R90_93NM
11º	R16	R50_51	R16
12º	R31	R10D	R24
13º	R30	R36_39M	R73
14º	R17	R90_93NM	R55
15º	R35	R01	R58
16º	R03B	R49	R65
17º	R10D	R46	R56
18º	R50_51	R27	R10D
19º	R49	R73	R94
20º	R27	R55	R46

Fuente: Elaboración propia a partir de IGE (2015b).

Para el año 2011 y centrándose en los *backward linkages* obtenidos según las técnicas tratadas¹¹, se comprueba que los principales sectores con capacidad de arrastre varían en función de la técnica empleada. Como es de esperar, aquellos sectores con un alto nivel de autoconsumo verán mermada su posición en la metodología modificada, y también en la normalización. En la Tabla 2 se muestra el correspondiente ranking, así se tiene que las ramas de Actividades de saneamiento y gestión de residuos de no mercado (R37_38NM), de Fabricación de productos lácteos (R10C) y de Procesamiento y conservación de carne y elaboración de productos cárnicos (R10A) ocupan los tres primeros puestos, según los tres criterios. Sin embargo, la rama de la Construcción (R41_43) pierde por completo su importancia con la modificación sugerida, la rama del Suministro de agua, actividades de saneamiento, gestión de residuos y descontaminación de mercado decae con la técnica modificada y aún más con la normalización. Por el contrario hay ramas que mejoran su posición, a modo de ejemplo se tiene Fabricación de otro material de transporte (R30) y Transporte marítimo y por vías navegables interiores, transporte aéreo (R50_51), en donde los autoconsumos son escasos.

¹¹ No se muestran los resultados de la modificación de tipo *S*, y su normalización, dado que son muy similares a los de tipo *I*. Si bien, en el Anexo se detallan todos los valores por ramas y criterios, así como las denominaciones completas de las ramas.

Desde la óptica del impulso hacia otras ramas productivas, se da una menor variabilidad en el ranking sectorial, con la excepción de la rama de la Silvicultura y explotación forestal (R02), que pierde posición con la modificación de la técnica y la normalización utilizada. Véase la Tabla 3.

Tabla 3. Ranking de los sectores con capacidad de impulso de Galicia, 2011

	Método usual	Modificado	Normalizado
1º	R35	R35	R35
2º	R41_43	R41_43	R49
3º	R49	R49	R41_43
4º	R52	R46	R68
5º	R01	R68	R46
6º	R46	R52	R52
7º	R68	R01	R01
8º	R64	R64	R19
9º	R19	R19	R64
10º	R33	R33	R33
11º	R69_70	R69_70	R69_70
12º	R80_82	R80_82	R80_82
13º	R02	R25	R25
14º	R25	R10D	R61
15º	R36_39M	R61	R10D
16º	R10D	R36_39M	R36_39M
17º	R61	R02	R65
18º	R66	R65	R24
19º	R24	R24	R47
20º	R65	R66	R74_75

Fuente: Elaboración propia a partir de IGE (2015b).

Tabla 4. Sectores clave de la economía gallega, 2011

Código	Rama	Método usual	Modificación tipo (I)	Normalizado tipo (I)
R01	Agricultura, ganadería, caza y servicios relacionados con ellas	clave	clave	---
R02	Silvicultura y explotación forestal	clave	---	---
R10D	Fabricación de productos para la alimentación animal	clave	clave	clave
R24	Metalurgia; fabricación de productos de hierro, acero y aleaciones	clave	clave	clave
R33	Reparación e instalación de maquinaria y equipamiento	clave	clave	clave
R35	Suministro de energía eléctrica, gas, vapor y aire acondicionado	clave	---	---
R36_39M	Suministro de agua, actividades de saneamiento, gestión de residuos y descontaminación de mercado	clave	clave	---
R41_43	Construcción	clave	---	---
R46	Comercio al por mayor e intermediarios del comercio, excepto de vehículos de motor	clave	clave	clave
R47	Comercio al por menor, salvo de vehículos de motor y motocicletas	---	---	clave
R49	Transporte terrestre y por tubería	clave	clave	clave
R52	Almacenamiento y actividades anexas al transporte	clave	clave	---
R65	Seguros, reaseguros y fondos de pensiones excepto Seguridad Social obligatoria	clave	clave	clave
R66	Actividades auxiliares a los servicios financieros y a los seguros	clave	---	---
R69_70	Actividades jurídicas y de contabilidad; actividades de las sedes centrales; actividades de consultoría y de gestión empresarial	---	clave	clave

Fuente: Elaboración propia a partir de IGE (2015b).

Por último, se armonizan las dos características –arrastre e impulso– para identificar los sectores clave de la economía gallega para el año 2011. Estos sectores aparecen recogidos en la Tabla 4. Los sectores con esta peculiaridad varían en función de la técnica usada y se reduce su número, en efecto de trece que

surgen con el método convencional solamente ocho cumplen la condición para la normalización del método modificado. En relación a la tercera técnica, se observa que Comercio al por menor, salvo de vehículos de motor y motocicletas (R47) y Actividades jurídicas y de contabilidad; actividades de las sedes centrales; actividades de consultoría y de gestión empresarial (R69_70) son catalogados como sectores clave, cuando no lo son con la técnica convencional. En definitiva, se tiene que reúnen los tres requisitos tan solo las ramas de Fabricación de productos para la alimentación animal (R10D), de Metalurgia; fabricación de productos de hierro, acero y aleaciones (R24), de Reparación e instalación de maquinaria y equipamiento (R33), de Comercio al por mayor e intermediarios del comercio, excepto de vehículos de motor (R46) y de Transporte terrestre y por tubería (R49).

6. Conclusiones

El principal objetivo de este artículo se centraba en lograr modificaciones de los modelos IO para obtener multiplicadores netos, evitando alguna de las críticas sobre su fundamentación teórica. En este sentido, se han introducido ciertas rectificaciones de la inversa de Leontief que intentan deducir y/o relativizar adecuadamente los autoconsumos de las distintas ramas productivas para no sobrevalorar sus efectos de arrastre e impulso, sobre todo los primeros. Las posibilidades de rectificación de los elementos de la inversa de Leontief son diversas, porque el álgebra lineal así lo facilita, pero es conveniente ceñirse al objetivo planteado.

Los resultados de la aplicación práctica –relativa a la economía gallega, año 2011– sugieren una recomendable matización de las técnicas utilizadas habitualmente para detectar sectores clave, el caso seleccionado podría ser un ejemplo apropiado. De hecho, en esta aplicación pocos sectores se catalogan como tales en todos los métodos tratados. Solamente cinco sectores (de setenta y siete) cumplen los correspondientes criterios: Fabricación de productos para la alimentación animal, Metalurgia; fabricación de productos de hierro, acero y aleaciones, Reparación e instalación de maquinaria y equipamiento, Comercio al por mayor e intermediarios del comercio, excepto de vehículos de motor y Transporte terrestre y por tubería. Además, es significativo el comportamiento de la Construcción al deducirle sus autoconsumos, en donde su capacidad de arrastre merma mucho. Ahora bien, una desagregación de este sector probablemente alteraría los resultados, o al menos en parte. Por lo que se le advierte al analista, o lector, que en ningún momento se puede desatender la desagregación utilizada en la elaboración del correspondiente marco IO.

Referencias bibliográficas

1. W. B. Beyers, Empirical Identification of Key Sectors: Some Further Evidence, *Environment and Planning A*. **17** (1976), 73–99.
2. J. de Caemel, J. Degueldre y J. H. P. Paelinck, Analyse Quantitative de Certains Phénomènes du Développement Régional Polarisé, Essai de Simulation Statique d'Itinéraires de Propagation, *Collection de l'Institut de Science Economique de l'Université de Liège*, (Paris et Genève, 1965).
3. G. Cella, The Input-Output Measurement of Interindustry Linkages, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*. **46(1)** (1984), 73–84.
4. G. Cella, The Input-Output Measurement of Interindustry Linkages: A Reply, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*. **48(4)** (1986), 379–384.
5. H. B. Chenery y T. Watanabe, International Comparisons of the Structure of Production, *Econometrica*. **26** (1958), 487–521.
6. E. Dietzenbacher, More on Multipliers, *Journal of Regional Science*. **45(2)** (2005), 421–426.
7. E. Dietzenbacher y J. van der Linden, Sectoral and Spatial Linkages in the EC Production Structure, *Journal of Regional Science*. **37(2)** (1997), 235–257.
8. H. U. Gim y K. Kim, The General Relation between Two Different Notions of Direct and Indirect Input Requirements, *Journal of Macroeconomics*. **20(1)** (1998), 199–208.

9. H. U. Gim y K. Kim, The Decomposition by Factors in Direct and Indirect Requirements: With Applications to Estimating the Pollution Generation, *Korean Economic Review*. **21** (2005), 309–325.
10. G. J. D. Hewings, *Regional Input-Output Analysis*, (Sage Publications, Beverly Hills, 1985).
11. A. Hirschman, *The Strategy of Economic Development*, (New Haven, CT, Yale University Press, 1958).
12. IGE, *Marco Input-Output de Galicia 2008 (2015a)* (<http://www.ige.eu>, último acceso 8 septiembre de 2015).
13. IGE, *Marco Input-Output de Galicia 2011 (2015b)* (<http://www.ige.eu>, último acceso 10 octubre de 2015).
14. IGE, La Integración entre la Elaboración y Difusión de una Fuente Estadística de Síntesis: La Economía Gallega a partir del Marco Input-Output de Galicia 2005. *Jornadas de Estadística de las Comunidades Autónomas*, 20-23 octubre, Cáceres (2010).
15. IGE, *A Economía Galega a través do Marco Input-Output de Galicia 2005* (2010) (http://ige.eu/estatico/pdfs/s3/publicaciones/Imput_output05.pdf).
16. R. C. Jensen y G. J. D. Hewings, Shortcut 'Input-Output' Multipliers: A Requiem, *Environment and Planning A*. **17(6)** (1985a), 747–759.
17. R. C. Jensen y G. J. D. Hewings, Shortcut 'Input-Output' Multipliers: The Resurrection Problem (A Reply), *Environment and Planning A*. **17(11)** (1985b), 1551–1552.
18. R. C. Jensen y G. R. West, The Effects of Relative Coefficient Size on Input-Output Multipliers, *Environment and Planning A*. **12(6)** (1980), 659–670.
19. M. Lenzen, A Generalized Input-Output Multiplier Calculus for Australia, *Economic System Research*. **13(1)** (2001), 65–92.
20. C. J. Liew, Dynamic Variable Input-Output (VIO) Model and Price-Sensitive Dynamic Multipliers, *Annals of Regional Science*. **39(3)** (2005), 607–627.
21. L. de Mesnard, Note about the Concept of 'Net Multipliers', *Journal of the Regional Science*. **42(3)** (2002), 545–548.
22. L. de Mesnard, A Critical Comment on Oosterhaven-Stelder Net Multipliers, *Annals of Regional Science*. **41(2)** (2007), 249–271.
23. W. H. Miernyk, *The Elements of Input-Output Analysis*, (Random House, New York, 1967).
24. W. H. Miernyk, Comments on Recent Developments in Regional Input-Output Analysis, *International Regional Science Review*. **1(2)** (1976), 47–55.
25. W. H. Miernyk, E. R. Bonner, Jr. J. H. Chapman y K. L. Shellhamer, *Impact of the Space Program on a Local Economy: An Input-Output Analysis*, (McClain, Morgantown, West Virginia, 1967).
26. R. Miller, Interregional Feedback Effects in Input-Output Models: Some Preliminary Results, *Papers of the Regional Science Association*. **17(1)** (1966), 105–125.
27. R. Miller y P. Blair, *Input-Output Analysis: Foundations and Extensions*. 2nd Ed. (Cambridge University Press, Cambridge, 2009).
28. J. Oosterhaven, On the Definition of Key Sectors and the Stability of Net versus Gross Multipliers, Research Report 04C01, (SOM Research School, University of Groningen, 2004).
29. J. Oosterhaven, The Net Multiplier is a New Key Sector Indicator: Reply to de Mesnard's Comment, *Annals of Regional Science*. **41(2)** (2007), 273–283.
30. J. Oosterhaven y D. Stelder, Net Multipliers Avoid Exaggerating Impacts: With a Bi-regional Illustration for the Dutch Transportation Sector, *Journal of Regional Science*. **42(3)** (2002), 533–543.
31. X. Pereira, J. L. Quiñoá y M. Fernández, Análisis de la Estabilidad de una Economía con Desequilibrios Sectoriales, *Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa*. **15(1)** (2013), 168–187.
32. P. J. Pibbs y A. J. Holsman, An Evaluation of the Burford Katz Short-Cut Technique for Deriving Input-Output Multipliers, *Annals of Regional Science*. **15(3)** (1981), 11–19.
33. S. Pleeter, *Economic Impact Analysis: Methodology and Applications*, (Martinus Nijhoff, Boston, 1980).

34. A. Pulido y E. Fontela, *Análisis Input-Output Modelos, Datos y Aplicaciones*, (Ediciones Pirámide, Madrid, 1993).
35. P. N. Rasmussen, *Studies in Inter-Sectoral Relations*, (Einar Harcks Forlag and North-Holland Publishing Company, Copenhagen and Amsterdam, 1956).
36. L. Robles y J. Sanjuán, Sectores y Clusters Claves en la Economía Española, *Información Comercial Española*. **843** (2008), 183–207.
37. F. Sancho, Straightening out the Concept of Direct and Indirect Input Requirements, *Economics Bulletin*. **32(1)** (2012), 502–509.
38. F. Sancho y M. A. Cardenete, Instrumentos Multisectoriales para la Detección de Sectores Clave en el Análisis Regional, *Revista de Estudios Regionales*. **(100)** 2ª Época (2014), 131–146.
39. W. A. Schaffer, *On the Use of Input-Output Models for Regional Planning*, (Martinus Nijhoff, Leiden, 1976).
40. M. Sonis, G. J. D. Hewings y J. Guo, A New Image of Classical Key Sector Analysis: Minimum Information Decomposition of the Leontief Inverse”, *Economic System Research*. **12(3)** (2000), 401–423.
41. G. Strassert, Zur Bestimmung Strategischer Sektoren mit Hilfe von Input-Output Modellen, *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*. **182(3)** (1968), 211–215.
42. J. M. Szyrmer, Input-Output Coefficients and Multipliers from a Total Flow Perspective, *Environmental and Planning A*. **24(7)** (1992), 921–937.
43. U. Temurshoev y J. Oosterhaven, Analytical and Empirical Comparison of Policy-Relevant Key Sector Measures, *Spatial Economic Analysis*. **9(3)** (2014), 284–308.
44. C. Weber, Zerlegung kumulierter Energieaufwendungen als Instrument der umweltorientierten Verflechtungsanalyse, *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*. **217(3)** (1998), 273–291.

Anexo

Backward linkages y forward linkages para Galicia, 2011

Código	Rama	BL	FL	BL(I)	FL(I)	BL(S)	FL(S)	BL N(I)	FL N(I)	BL N(S)	FL N(S)
R01	Agricultura, ganadería, caza y servicios relacionados con ellas	1,1578	1,8102	1,0942	1,7644	1,090	1,7677	0,9915	1,6862	0,9857	1,6860
R02	Silvicultura y explotación forestal	1,1878	1,2433	0,9251	1,0501	0,814	0,9677	0,7186	0,8997	0,6311	0,8346
R03A	Pesca	0,9950	0,8056	1,0190	0,8236	1,029	0,8317	1,0407	0,8398	1,0487	0,8460
R03B	Acuicultura	1,1105	0,7119	1,1665	0,7467	1,180	0,7549	1,2218	0,7810	1,2326	0,7878
R05_09	Industrias extractivas	1,0308	0,8067	1,0604	0,8222	1,071	0,8271	1,0874	0,8371	1,0961	0,8413
R10A	Procesamiento y conservación de carne y elaboración de productos cárnicos	1,3847	0,8080	1,3343	0,7836	1,336	0,7852	1,2821	0,7581	1,2807	0,7580
R10B	Procesamiento y conservación de pescados, crustáceos y moluscos	1,0321	0,7732	1,0185	0,7650	1,024	0,7696	1,0019	0,7545	1,0054	0,7573
R10C	Fabricación de productos lácteos	1,4539	0,7263	1,4658	0,7328	1,479	0,7392	1,4740	0,7374	1,4833	0,7421
R10D	Fabricación de productos para la alimentación animal	1,0946	1,1747	1,1204	1,1791	1,132	1,1871	1,1000	1,1459	1,1084	1,1512
R10E	Otras industrias alimentarias	1,0126	0,8392	1,0215	0,8467	1,030	0,8540	1,0261	0,8484	1,0327	0,8537
R11_12	Fabricación de bebidas e industria del tabaco	1,0082	0,7777	1,0258	0,7932	1,036	0,8008	1,0410	0,8070	1,0485	0,8128
R13	Industria textil	0,9158	0,7298	0,9282	0,7396	0,937	0,7463	0,9384	0,7475	0,9448	0,7526
R14_15	Confección de ropa de vestir e industria del cuero y del calzado	0,9114	0,7864	0,8842	0,7648	0,887	0,7671	0,8556	0,7419	0,8559	0,7424
R16	Industria de la madera y de la corteza, excepto muebles; cestería y espartería	1,1569	0,8666	1,1568	0,8666	1,166	0,8713	1,1531	0,8650	1,1593	0,8684
R17	Industria del papel	1,1145	0,7756	1,1762	0,8130	1,189	0,8216	1,2378	0,8501	1,2488	0,8571
R18	Artes gráficas y reproducción de soportes gravados	0,9510	0,9855	0,9155	0,9653	0,916	0,9681	0,8783	0,9435	0,8772	0,9443
R19	Coquerías y refino de petróleo	0,7483	1,4164	0,7924	1,4495	0,801	1,4568	0,8347	1,4787	0,8421	1,4845
R20_21	Industria química y fabricación de productos farmacéuticos	0,9836	0,8939	1,0054	0,9109	1,015	0,9190	1,0239	0,9253	1,0316	0,9315
R22	Fabricación de productos de caucho y plásticos	0,8842	0,8468	0,8995	0,8569	0,908	0,8638	0,9124	0,8652	0,9190	0,8703
R23	Fabricación de otros productos minerales no metálicos	1,1682	0,8665	1,1726	0,8539	1,182	0,8500	1,1710	0,8423	1,1778	0,8399

Backward linkages y forward linkages para Galicia, 2011 (continuación)

Código	Rama	BL	FL	BL(I)	FL(I)	BL(S)	FL(S)	BL N(I)	FL N(I)	BL N(S)	FL N(S)
R24	Metalurgia; fabricación de productos de hierro, acero y aleaciones	1,1608	1,0341	1,1569	1,0367	1,165	1,0434	1,1443	1,0335	1,1500	1,0382
R25	Fabricación de productos metálicos, excepto maquinaria y equipamiento	0,9222	1,2152	0,9439	1,2247	0,953	1,2280	0,9593	1,2317	0,9667	1,2346
R26	Fabricación de productos informáticos, electrónicos y ópticos	0,8708	0,7328	0,8844	0,7439	0,893	0,7507	0,8957	0,7531	0,9020	0,7583
R27	Fabricación de material y equipamiento eléctrico	1,0645	0,8111	1,0764	0,8180	1,086	0,8243	1,0845	0,8226	1,0917	0,8272
R28	Fabricación de maquinaria y equipamiento n.c.n.	0,9206	0,8212	0,9462	0,8406	0,956	0,8481	0,9694	0,8581	0,9771	0,8640
R29	Fabricación de vehículos de motor, remolques y semirremolques	0,9603	0,7871	0,8790	0,7214	0,867	0,7117	0,8026	0,6594	0,7898	0,6491
R30	Fabricación de otro material de transporte	1,1210	0,6733	1,1872	0,7130	1,201	0,7210	1,2541	0,7531	1,2652	0,7598
R31	Fabricación de muebles	1,1321	0,7186	1,1644	0,7376	1,177	0,7446	1,1944	0,7555	1,2040	0,7610
R32	Otras industrias manufactureras	0,9810	0,7244	0,9839	0,7268	0,992	0,7326	0,9843	0,7273	0,9899	0,7314
R33	Reparación e instalación de maquinaria y equipamiento	1,0097	1,4097	1,0164	1,4203	1,025	1,4283	1,0163	1,4262	1,0226	1,4319
R35	Suministro de energía eléctrica, gas, vapor y aire acondicionado	1,1126	2,6539	0,9279	2,5264	0,870	2,4900	0,7673	2,4141	0,7177	2,3818
R36_39M	Suministro de agua, actividades de saneamiento, gestión de residuos y descontaminación de mercado	1,2224	1,1981	1,1074	1,1395	1,088	1,1304	0,9996	1,0854	0,9796	1,0754
R37_38NM	Actividades de saneamiento y gestión de residuos de no mercado	1,4632	0,6718	1,5496	0,7115	1,567	0,7195	1,6370	0,7516	1,6515	0,7583
R41_43	Construcción	1,3723	2,4758	0,9126	2,1126	0,599	1,8682	0,6010	1,8656	0,3935	1,7031
R45	Venda y reparación de vehículos de motor	0,9570	0,8861	0,9637	0,8881	0,972	0,8930	0,9670	0,8878	0,9730	0,8913
R46	Comercio por mayor e intermediarios del comercio, excepto de vehículos de motor	1,0635	1,8057	1,0805	1,8168	1,091	1,8239	1,0901	1,8214	1,0977	1,8269
R47	Comercio por menor, salvo de vehículos de motor y motocicletas	0,9674	0,9466	1,0239	0,9861	1,035	0,9945	1,0800	1,0250	1,0896	1,0320
R49	Transporte terrestre y por tubería	1,0848	2,0904	1,0839	2,0779	1,092	2,0825	1,0557	2,0448	1,0613	2,0472
R50_51	Transporte marítimo y por vías navegables interiores; transporte aéreo	1,0896	0,7411	1,1488	0,7777	1,162	0,7859	1,2062	0,8129	1,2169	0,8197
R52	Almacenamiento y actividades anexas al transporte	1,1740	1,8502	1,0473	1,7741	1,022	1,7617	0,9124	1,6884	0,8882	1,6756

Backward linkages y forward linkages para Galicia, 2011 (continuación)

Código	Rama	BL	FL	BL(I)	FL(I)	BL(S)	FL(S)	BL N(I)	FL N(I)	BL N(S)	FL N(S)
R53	Actividades postales y de correo	0,8329	0,8309	0,8385	0,8365	0,846	0,8426	0,8417	0,8401	0,8469	0,8446
R55	Servicios de alojamiento	1,0269	0,7845	1,0676	0,8125	1,079	0,8207	1,1065	0,8393	1,1159	0,8459
R56	Servicios de comidas y bebidas	0,9875	0,8632	1,0450	0,9061	1,057	0,9153	1,1023	0,9485	1,1121	0,9560
R58	Edición	0,9966	0,8190	1,0522	0,8594	1,064	0,8683	1,1059	0,8984	1,1157	0,9057
R59_60	Actividades cinematográficas de video y televisión, grabación de sonido y edición musical; actividades de programación y emisión de radio y televisión	0,9438	0,8276	0,9753	0,8567	0,986	0,8656	1,0046	0,8840	1,0129	0,8912
R61	Telecomunicaciones	0,8334	1,1027	0,8804	1,1400	0,890	1,1479	0,9262	1,1768	0,9344	1,1832
R62_63	Programación, consultoría y otras actividades relacionadas con la informática; servicios de información	0,8189	0,7332	0,8429	0,7535	0,852	0,7609	0,8654	0,7724	0,8724	0,7783
R64	Servicios financieros, excepto seguros y fondos de pensiones	0,8219	1,4841	0,8197	1,4788	0,826	1,4822	0,8131	1,4711	0,8171	1,4732
R65	Seguros, reaseguros y fondos de pensiones excepto Seguridad Social obligatoria	1,0087	1,0151	1,0566	1,0453	1,068	1,0526	1,1029	1,0744	1,1126	1,0804
R66	Actividades auxiliares a los servicios financieros y a los seguros	1,0472	1,1000	0,9299	1,0170	0,905	0,9999	0,8229	0,9419	0,7994	0,9251
R68	Actividades inmobiliarias	0,7885	1,7433	0,8333	1,7867	0,843	1,7972	0,8760	1,8282	0,8837	1,8366
R69_70	Actividades jurídicas y de contabilidad; actividades de las sedes centrales; actividades de consultoría y de gestión empresarial	0,9881	1,3843	1,0057	1,4016	1,015	1,4099	1,0185	1,4162	1,0258	1,4224
R71	Servicios técnicos de arquitectura e ingeniería; ensayos y análisis técnico	0,9995	0,9621	0,9679	0,9366	0,970	0,9361	0,9336	0,9105	0,9336	0,9091
R72	Investigación y desarrollo	0,8186	0,6718	0,8670	0,7115	0,877	0,7195	0,9159	0,7516	0,9240	0,7583
R73	Publicidad y estudios de mercado	1,0131	0,7733	1,0721	0,8138	1,084	0,8223	1,1298	0,8533	1,1398	0,8604
R74_75	Otras actividades profesionales, científicas, técnicas y veterinarias	0,8151	0,9769	0,8408	1,0003	0,850	1,0088	0,8644	1,0214	0,8715	1,0281
R77	Actividades de alquiler	1,0108	0,9351	1,0316	0,9500	1,042	0,9576	1,0488	0,9623	1,0566	0,9681
R78	Actividades relacionadas con empleo	0,7342	0,8375	0,7601	0,8627	0,768	0,8711	0,7848	0,8864	0,7914	0,8930

Backward linkages y forward linkages para Galicia, 2011 (continuación)

Código	Rama	BL	FL	BL(I)	FL(I)	BL(S)	FL(S)	BL N(I)	FL N(I)	BL N(S)	FL N(S)
R79	Actividades de las agencias de viajes, operadores turísticos, servicios de reservas y actividades relacionadas	0,9256	0,7480	0,9414	0,7599	0,950	0,7669	0,9548	0,7700	0,9617	0,7753
R80_82	Actividades de seguridad e investigación; servicios a edificios y actividades de jardinería; actividades administrativas de oficina y otras actividades auxiliares de las empresas	0,9036	1,3677	0,8817	1,3591	0,885	1,3644	0,8564	1,3479	0,8577	1,3508
R84	Administración pública y defensa; Seguridad Social obligatoria	0,8619	0,6718	0,9128	0,7115	0,923	0,7195	0,9643	0,7516	0,9729	0,7583
R85M	Educación de mercado	0,8096	0,8317	0,8475	0,8651	0,857	0,8735	0,8845	0,8979	0,8922	0,9048
R85NM	Educación de no mercado	0,7256	0,6718	0,7684	0,7115	0,777	0,7195	0,8117	0,7516	0,8189	0,7583
R86_88M	Actividades sanitarias y de servicios sociales de mercado	0,8710	0,8312	0,8614	0,8246	0,867	0,8294	0,8492	0,8159	0,8524	0,8189
R86_88NM	Actividades sanitarias y de servicios sociales de no mercado	0,8644	0,6718	0,9155	0,7115	0,926	0,7195	0,9671	0,7516	0,9757	0,7583
R90_93M	Actividades artísticas, recreativas y de entretenimiento de mercado	1,0284	0,9414	0,9499	0,8900	0,940	0,8842	0,8749	0,8411	0,8636	0,8341
R90_93NM	Actividades artísticas, recreativas y de entretenimiento de no mercado	1,0404	0,6718	1,1018	0,7115	1,114	0,7195	1,1640	0,7516	1,1743	0,7583
R94	Actividades asociativas	0,9918	0,7421	1,0446	0,7786	1,056	0,7868	1,0970	0,8148	1,1067	0,8216
R95	Reparación de ordenadores, efectos personales y artículos de uso doméstico	0,9776	0,7514	0,9675	0,7444	0,974	0,7491	0,9546	0,7354	0,9583	0,7383
R96	Otros servicios personales	0,8909	0,6912	0,9426	0,7304	0,953	0,7386	0,9948	0,7700	1,0036	0,7767
R97	Actividades de los hogares como empleadores de personal doméstico	0,6718	0,6718	0,7115	0,7115	0,719	0,7195	0,7516	0,7516	0,7583	0,7583

Fuente: Elaboración propia a partir de IGE (2015b).