Revista Electrónica de Comunicaciones y Trabajos de ASEPUMA. **Rect@**
Volumen 20(2019). Páginas 1 a 20
DOI: 10.24309/recta.2019.20.1.01

EL REASEGURO EN EL RIESGO DE MORTALIDAD EN SOLVENCIA II

Mª ÀNGELS PONS CARDELL
mapons@ub.edu
Universitat de Barcelona. Departamento de Matemática Económica, Financiera y Actuarial
Avenida Diagonal 690 (08034) Barcelona

F. JAVIER SARRASÍ VIZCARRA
sarrasi@ub.edu
Universitat de Barcelona. Departamento de Matemática Económica, Financiera y Actuarial
Avenida Diagonal 690 (08034) Barcelona

Recibido (30/01/2019)
Revisado (03/04/2019)
Aceptado (14/05/2019)

RESUMEN: El objetivo de este trabajo es analizar el efecto mitigador que tiene la política de reaseguro de una compañía de seguros en el capital de solvencia obligatorio del riesgo de mortalidad de su cartera de vida. El modelo interno propuesto para el capital de solvencia obligatorio se basa en el método de simulación de Monte Carlo, y dicho capital se obtiene como el valor en riesgo, al 99,5%, de la diferencia entre el valor actualizado de los activos menos los pasivos de dos años consecutivos, teniendo en cuenta en su cálculo la política de reaseguro de la compañía. Las modalidades de reaseguro objeto de análisis son el reaseguro cuota parte, el reaseguro de excedente y el reaseguro stop-loss. También se lleva a cabo para las diferentes modalidades de reaseguro un análisis de sensibilidad del capital de solvencia obligatorio respecto a la cuota de retención de la compañía, en el caso del reaseguro cuota parte, y respecto al pleno de retención, en el caso del reaseguro de excedente y del reaseguro stop-loss.

Palabras Clave: Reaseguro; Solvencia II; Capital de solvencia obligatorio; Simulación; Cedente.

ABSTRACT: The aim of this paper is to analyze the mitigating effect that, for an insurance company, the solvency capital requirement for the mortality risk of the life underwriting risk module has. In our model, the solvency capital required to the insurance company is computed through an internal model based in the Monte Carlo's simulation method. That capital is obtained as the value in risk at 99,5% of the difference between the present value of assets minus the present value of liabilities corresponding to two consecutive years, where the reinsurance company policy is taken into account for its calculation. The forms of reinsurance considered in the analysis are the quota share, the surplus and the stop-loss. Finally, and for the case of the quota share, a sensitivity analysis of the required solvency capital of the company with respect to the ratio retention is carried out. Furthermore, and for the case of the surplus and stop-loss, a sensitivity analysis with respect to the priority is also made.

Keywords: Reinsurance; Solvency II; Solvency Capital Requirement; Simulation; Ceding company.

1. Introducción

El objetivo de este artículo es analizar la influencia que tiene el reaseguro en el capital de solvencia obligatorio, o en sus siglas en inglés, *SCR (Solvency Capital Requirement)*, asociado al riesgo de mortalidad de una compañía de seguros, dentro del marco de Solvencia II. Se propone un modelo interno que tiene en cuenta el riesgo no sistemático de la mortalidad, es decir, el derivado de las fluctuaciones aleatorias de las tasas de mortalidad respecto al valor esperado, debido al tamaño de la cartera de la compañía, y que se basará en la simulación, por el método de Monte Carlo, de la evolución de la cartera directamente a partir de las tablas de mortalidad españolas, Pasem 2010. Las modalidades de reaseguro analizadas son el reaseguro cuota parte, el reaseguro de excedente y el reaseguro de exceso de siniestralidad, también denominado stop-loss.

En la literatura actuarial existen trabajos que se centran en el efecto que tiene el reaseguro como instrumento mitigador del riesgo de la compañía de seguros dentro del marco regulatorio de Solvencia II, al permitir repartir su cartera y por tanto disminuir el *SCR* que tiene que dotar. Destacar entre otros, los trabajos de Heinen, B., 2015; Dittrich, J., 2010 y de Zhou, T. y Kuschel, N., 2012. Sin embargo, en estos trabajos no se considera el tamaño de la cartera como variable a tener en cuenta en el cálculo del *SCR* de la compañía. La metodología utilizada en el presente trabajo, basada en la simulación de Monte Carlo, permite tener en cuenta en el cómputo del *SCR* de la compañía de seguros, no sólo la política de reaseguro, sino también el tamaño del colectivo.

El artículo se estructura como sigue. En el apartado 2 se expone brevemente el modelo interno propuesto, definiendo las variables que intervienen en el mismo y el proceso, basado en la simulación de Monte Carlo de la cartera, que permite llevar a cabo el cálculo del *SCR*. En el apartado 3 se implementan las tres modalidades de reaseguro en el modelo interno, obteniendo el *SCR* tanto desde el punto de vista de la cedente como del reasegurador, en función de su política de reaseguro. En el apartado 4 se desarrolla un ejemplo numérico para las diferentes modalidades de reaseguro y se realiza un análisis de sensibilidad del capital de solvencia obligatorio respecto a los parámetros que definen la política de reaseguro, como son la cuota de retención de la compañía, en el caso del reaseguro cuota parte, el pleno de retención, en el caso del reaseguro de excedente o la prioridad en el caso del reaseguro stop-loss. En el apartado 5 se plantean las consideraciones finales del trabajo y, en el apartado 6, se citan las referencias bibliográficas del mismo.

2. Modelo interno para calcular el capital de solvencia obligatorio

El modelo interno propuesto para calcular el SCR para el riesgo de mortalidad del módulo de riesgo de suscripción del seguro de vida (Pons, M.A. y Sarrasí, F.J., 2017) se basa en la interpretación formal del artículo 101 de la Directiva de Solvencia II. Desde el punto de vista matemático hay diferentes formalizaciones para el cálculo del SCR, en este trabajo se asume la formalización matemática propuesta por Christiansen y Niemeyer (2014):

$$SCR_0 = VaR_{0,995}(NAV_0 - NAV_1) = VaR_{0,995}(DNAV_0), \tag{1}$$

siendo:

- NAV_t, con $t = 0{,}1$, el valor actual neto en *t*. Se calcula como la diferencia en *t* entre el valor de mercado de los activos, A_t, y de los pasivos, L_t, esto es, $NAV_t = A_t - L_t$.
- $DNAV_0 = NAV_0 - NAV_1$.

En el marco de Solvencia II, el valor de mercado de los pasivos, L_t, se obtiene sumando la mejor estimación de las obligaciones futuras, BEL_t, y el margen de riesgo, MR_t: $L_t = BEL_t + MR_t$. Sin embargo, se asume que:

$$NAV_t = A_t - BEL_t, \tag{2}$$

ya que se considera que el margen de riesgo es estable en el tiempo y por tanto, el valor de mercado de los pasivos, L_t, viene dado exclusivamente por la mejor estimación de las obligaciones futuras, $L_t = BEL_t$. (Castañer, A. y Claramunt, M.M., 2014).

El modelo interno propuesto para el cálculo del SCR se basa en simular por el método de Monte Carlo la evolución de siniestralidad de la cartera.

Se asume que la cartera de la compañía de seguros en el momento del análisis, $t = 0$, está constituida por un colectivo N_0 formado por n_0 asegurados, y que cada asegurado i, de edad actuarial x_i, con $i = 1,2, \dots, n_0$, tiene contratado un seguro de vida cuyas prestaciones y contraprestaciones son conocidas en el momento del análisis, siendo:

$$NAV_0 = A_0 - BEL_0 = \sum_{t=0}^{Q} (a_t - b_t) \cdot [1 + I_1(0,t)]^{-t}, \tag{3}$$

$$NAV_1 = A_1 - BEL_1 = \sum_{t=1}^{Q} (a_t - b_t) \cdot [1 + I_1(1,t)]^{-(t-1)}, \tag{4}$$

donde:

- $t = 0,1,2, \dots, Q$, es el horizonte temporal de la operación, expresado en años, y Q es el primer año en que la compañía de seguros queda liberada del pago de prestaciones a los beneficiarios.
- a_t y b_t, con $t = 0,1,2, \dots, Q$, son, respectivamente, las variables aleatorias cuantía de los activos aportados en t por los asegurados y cuantía de los pasivos satisfechos en t. En este modelo los activos vienen dados por las primas y los pasivos por las sumas aseguradas de la operación.
- $I_1(0,t)$ y $I_1(1,t)$, con $t = 0,1,2, \dots, Q$, son, respectivamente, los tantos de interés efectivos anuales al contado e implícitos, siendo $I_1(0,0) = 0$. (Fontanals, H. y Ruiz, E., 2014). Estos tantos de interés al contado vienen dados por el regulador.

Para calcular las variables aleatorias NAV_0 y NAV_1, es necesario conocer la evolución del colectivo N_0 en el tiempo. Su evolución se obtiene a partir de la variable aleatoria T_{N_0}, que proporciona el número de años enteros que van a permanecer con vida cada uno de los n_0 asegurados que forman el colectivo N_0 en el momento $t = 0$. Formalmente la variable aleatoria T_{N_0} viene dada por un vector cuyas componentes son variables aleatorias:

$$T_{N_0} = (T_{x_1}, T_{x_2}, \dots, T_{x_i}, \dots, T_{x_{n_0}}), \tag{5}$$

siendo T_{x_i}, con $i = 1, \dots, n_0$, la variable aleatoria número de años enteros que permanece con vida el asegurado i de edad actuarial x_i.

Debido al elevado número de realizaciones que tiene la variable aleatoria T_{N_0} es imposible trabajar directamente con su función de distribución. Este problema se resuelve simulando, por el método de Monte Carlo, las realizaciones de dicha variable. De esta forma, el número de realizaciones dependerá del número de simulaciones que se realicen del colectivo. Si z es el número de trayectorias de evolución simuladas, las realizaciones de la variable aleatoria T_{N_0} vendrán dadas por el siguiente conjunto de vectores:

$$\{\vec{t}^{\,1}_{N_0}, \vec{t}^{\,2}_{N_0}, \dots, \vec{t}^{\,l}_{N_0}, \dots, \vec{t}^{\,z}_{N_0}\}, \tag{6}$$

donde $\vec{t}^{\,l}_{N_0}$es la realización asociada a la simulación l, con $l = 1, \dots, z$, de la variable aleatoria T_{N_0} siendo:

$$\vec{t}^{\,l}_{N_0} = \left(t^l_{x_1}, t^l_{x_2}, \dots, t^l_{x_i}, \dots, t^l_{x_{n_0}}\right), \tag{7}$$

donde $t_{x_i}^l$, con $i = 1, \dots, n_0$, es la realización asociada a la trayectoria de evolución del colectivo l de la variable aleatoria T_{x_i} y proporciona el número de años enteros que permanece con vida el asegurado i, de edad actuarial x_i , asociado a la trayectoria de evolución del colectivo l.

La probabilidad asociada a cada realización de T_{N_0} es siempre la misma, y su valor depende del número de trayectorias de evolución del colectivo z simuladas:

$$P\left[T_{N_0} = \vec{t}_{N_0}^l\right] = \frac{1}{z} \quad \text{con} \quad l = 1,2, \dots, z. \tag{8}$$

Una vez conocida la función de distribución de la variable aleatoria T_{N_0} se obtienen el resto de variables aleatorias relevantes del modelo, a_t, b_t y $DNAV_0$, cuyas realizaciones son, respectivamente:

$$\{a_t^1 , a_t^2, \dots, a_t^l , \dots, a_t^z\}, \tag{9}$$

$$\{b_t^1 , b_t^2, \dots, b_t^l , \dots, b_t^z\}, \tag{10}$$

$$\{DNAV_0^1, DNAV_0^2, \dots, DNAV_0^l, \dots, DNAV_0^z\}, \tag{11}$$

con $t = 0,1,2, \dots, Q^l$ y $l = 1,2, \dots, z$, donde a_t^l, b_t^l y $DNAV_0^l$ son, respectivamente, las realizaciones de las variables aleatorias a_t, b_t y $DNAV_0$ asociadas a la trayectoria de evolución del colectivo l, y Q^l es el primer año, asociado a la trayectoria de evolución del colectivo l, en que la compañía de seguros queda liberada del pago de prestaciones a los beneficiarios.

Conocidas las realizaciones, por simulación, se podrá estimar la función de distribución de probabilidad de la variable aleatoria $DNAV_0$, y el SCR_0 del colectivo se obtendrá como el $VaR_{0,995}$ de la variable aleatoria $DNAV_0$:

$$SCR_0 = VaR_{0,995}(DNAV_0). \tag{12}$$

3. Incorporación del reaseguro en el modelo interno

En este apartado se va a considerar la incorporación del reaseguro en el modelo interno anterior, tanto en las modalidades proporcionales como en las no proporcionales, y desde el punto de vista de la cedente y del reasegurador. Concretamente, para el caso de las modalidades proporcionales se analizarán el reaseguro cuota parte y el reaseguro de excedentes, y para las no proporcionales, el reaseguro stop-loss. (Minzoni, A., 2009)

Se asumen dos hipótesis, que el contrato de reaseguro tiene la misma duración que el contrato de la operación y que cada asegurado i tiene contratada una única póliza.

Desde el punto de vista de la cedente, el $SCR_0^c = VaR_{0,995}(DNAV_0^c)$, se obtiene a partir de las variables aleatorias cuantía de los activos, a_t^c, y de los pasivos, b_t^c, a cargo de la cedente en el momento t, cuyas realizaciones son, respectivamente:

$$a_t^c = \left\{a_t^{c,1} , a_t^{c,2}, \dots, a_t^{c,l} , \dots, a_t^{c,z}\right\} \text{ y } b_t^c = \left\{b_t^{c,1} , b_t^{c,2}, \dots, b_t^{c,l} , \dots, b_t^{c,z}\right\}, \text{ con } t = 0,1,2, \dots, Q^l. \tag{13}$$

Análogamente, desde el punto de vista del reasegurador el $SCR_0^r = VaR_{0,995}(DNAV_0^r)$, se obtiene a partir de las variables aleatorias cuantía de los activos, a_t^r, y de los pasivos, b_t^r, a cargo del reasegurador en el momento t, cuyas realizaciones son, respectivamente:

$$a_t^r = \{a_t^{r,1}, a_t^{r,2}, \ldots, a_t^{r,l}, \ldots, a_t^{r,z}\} \text{ y } b_t^r = \{b_t^{r,1}, b_t^{r,2}, \ldots, b_t^{r,l}, \ldots, b_t^{r,z}\}, \text{ con } t = 0,1,2,\ldots,Q^l. \tag{14}$$

siendo $a_t = a_t^c + a_t^r$ y $b_t = b_t^c + b_t^r$.

3.1. *Modalidades de reaseguro proporcionales*

Las modalidades de reaseguro proporcionales se caracterizan en que el reparto del riesgo asegurado se basa en una cuota de retención, única en el reaseguro cuota parte y variable en el reaseguro de excedente, aplicada sobre la suma asegurada. Esta cuota permite determinar la responsabilidad de la cedente y del reasegurador, en el importe del siniestro y en la prima asociada a cada una de las pólizas de la cartera.

En estas modalidades de reaseguro, la suma asegurada en el año t del asegurado i, $S_{i,t}$, se desglosa en la parte que asume la cedente, $S_{i,t}^c$, y en la parte que se responsabiliza el reasegurador, $S_{i,t}^r$:

$$S_{i,t} = S_{i,t}^c + S_{i,t}^r . \tag{15}$$

De la misma manera, la prima total que cobra la cedente en el año t del asegurado i, $P_{i,t}$, se descompone en la parte que retiene la cedente, $P_{i,t}^c$, y en la parte que cede al reasegurador, $P_{i,t}^r$:

$$P_{i,t} = P_{i,t}^c + P_{i,t}^r . \tag{16}$$

Según el modelo interno propuesto en el apartado anterior, desde el punto de vista de la cedente, las realizaciones $a_t^{c,l}$ y $b_t^{c,l}$ de las variables aleatorias a_t^c y b_t^c asociadas a la trayectoria de evolución del colectivo l, con $l = 1,2,\ldots,z$, se obtienen a partir de $\overrightarrow{P_t^c}$ y de $\overrightarrow{S_t^c}$:

$$a_t^{c,l} = \begin{cases} \vec{n}_t^l \cdot \overrightarrow{P_t^c} & para \quad t = 0,1,\ldots,Q^l - 1 \\ 0 & para \quad t = Q^l, \end{cases} \tag{17}$$

$$b_t^{c,l} = \begin{cases} b_0^c & para \quad t = 0 \\ \vec{d}_t^l \cdot \overrightarrow{S_t^c} & para \quad t = 1,2,\ldots,Q^l, \end{cases} \tag{18}$$

siendo:

- $\overrightarrow{P_t^c} = \left(P_{1,t}^c, P_{2,t}^c, \ldots, P_{i,t}^c, \ldots, P_{n_0,t}^c\right)$, con $t = 0,1,2,\ldots,Q^l - 1$, el vector de primas que retiene la cedente en t de los asegurados del colectivo inicial N_0, suponiendo que todos están vivos en t.
- $\vec{n}_t^l$, con $t = 0,1,2,\ldots,Q^l - 1$, es el vector formado por ceros y unos, que tiene tantas componentes como asegurados n_0 tiene el colectivo N_0, y muestra qué asegurados están vivos en t, dada la trayectoria de evolución del colectivo l. Si la componente i, con $i = 1,\ldots,n_0$, vale 1 indica que el asegurado i-ésimo está vivo en t, y si vale 0 es que está muerto.
- $\overrightarrow{S_t^c} = \left(S_{1,t}^c, S_{2,t}^c, \ldots, S_{i,t}^c, \ldots, S_{n_0,t}^c\right)$, con $t = 1,\ldots,Q^l$, es el vector de sumas aseguradas a cargo de la cedente que tiene que pagar en t a los beneficiarios del colectivo inicial N_0, suponiendo que todos los asegurados falleciesen en el año t.
- $\vec{d}_t^l$, con $t = 1,\ldots,Q^l$, es un vector formado por ceros y unos, que tiene tantas componentes como asegurados n_0 tienen el colectivo N_0, y muestra qué asegurados del colectivo inicial fallecen durante el año t, dada la trayectoria de evolución del colectivo l. Si la componente i, con $i = 1,\ldots,n_0$, vale 1 indica que el asegurado i-ésimo ha fallecido en el año t, y si vale 0 es que permanece vivo en t o ha fallecido en un año diferente de t.
- b_0^c es un valor cierto y vale 0 si el colectivo N_0 es de nueva creación.

Del mismo modo, desde el punto de vista del reasegurador, las realizaciones $a_t^{r,l}$ y $b_t^{r,l}$ de las variables aleatorias a_t^r, b_t^r asociadas a la trayectoria de evolución del colectivo l, con $l = 1,2,\dots,z$, se obtienen, en este caso, a partir de $\overrightarrow{P_t^r}$ y de $\overrightarrow{S_t^r}$:

$$a_t^{r,l} = \begin{cases} \vec{n}_t^l \cdot \overrightarrow{P_t^r} & para \quad t = 0,1,\dots,Q^l - 1 \\ 0 & para \quad t = Q^l, \end{cases} \tag{19}$$

$$b_t^{r,l} = \begin{cases} b_0^r & para \quad t = 0 \\ \vec{d}_t^l \cdot \overrightarrow{S_t^r} & para \quad t = 1,2,\dots,Q^l, \end{cases} \tag{20}$$

siendo:

- $\overrightarrow{P_t^r} = \left(P_{1,t}^r, P_{2,t}^r, \dots, P_{i,t}^r, \dots, P_{n_0,t}^r\right)$, con $t = 0,1,2,\dots,Q^l - 1$, el vector de primas del reasegurador en t de los asegurados del colectivo inicial N_0, suponiendo que todos los asegurados están vivos en t.
- $\overrightarrow{S_t^r} = \left(S_{1,t}^r, S_{2,t}^r, \dots, S_{i,t}^r, \dots, S_{n_0,t}^r\right)$, con $t = 1,\dots,Q^l$, es el vector de sumas aseguradas a cargo del reasegurador que tiene que pagar en t a los beneficiarios del colectivo inicial N_0, suponiendo que todos los asegurados falleciesen en el año t.
- b_0^r es un valor cierto y vale 0 si el colectivo N_0 es de nueva creación.

3.1.1. *Reaseguro cuota parte*

El reaseguro cuota parte consiste en que la cedente asume un coeficiente prestablecido, k, expresado en tanto por uno y denominado cuota de retención, de todas y cada una de las pólizas independientemente de su suma asegurada, ya sea de toda la cartera o de un determinado ramo de la misma.

Si k, con $0 \le k \le 1$, es la cuota de retención de la cedente, y por tanto $(1-k)$ es la cuota de cesión al reasegurador, la participación de la cedente y del reasegurador en la suma asegurada y en la prima para cada póliza $i = 1,\dots,n_0$ es:

$$P_{i,t}^c = k \cdot P_{i,t} \ \text{ y } \ P_{i,t}^r = (1-k) \cdot P_{i,t} \ \text{ con } \ t = 0,1,2,\dots,Q^l - 1, \tag{21}$$

$$S_{i,t}^c = k \cdot S_{i,t} \ \text{ y } \ S_{i,t}^r = (1-k) \cdot S_{i,t} \ \text{ con } \ t = 1,\dots,Q^l, \tag{22}$$

de manera que:

$$\overrightarrow{P_t^c} = k \cdot \vec{P}_t \ \text{ y } \ \overrightarrow{P_t^r} = (1-k) \cdot \vec{P}_t \ \text{ con } \ t = 0,1,2,\dots,Q^l - 1, \tag{23}$$

$$\overrightarrow{S_t^c} = k \cdot \vec{S}_t \ \text{ y } \ \overrightarrow{S_t^r} = (1-k) \cdot \vec{S}_t \ \text{ con } \ t = 1,\dots,Q^l, \tag{24}$$

siendo $\vec{P}_t = \left(P_{1,t}, P_{2,t}, \dots, P_{i,t}, \dots, P_{n_0,t}\right)$ y $\vec{S}_t = \left(S_{1,t}, S_{2,t}, \dots, S_{i,t}, \dots, S_{n_0,t}\right)$, respectivamente.

3.1.2. *Reaseguro de excedentes*

El reaseguro de excedentes se diferencia del reaseguro cuota parte en que la cuota de retención de la cedente es variable para cada póliza, y depende de la relación entre el pleno de retención y su suma asegurada. A diferencia del reaseguro cuota parte, en la modalidad de excedentes la compañía de seguros sí puede discriminar qué pólizas reasegurar, ya que sólo cederá en reaseguro aquellas pólizas de la cartera o de un determinado ramo de la misma, cuya suma asegurada supere el pleno de retención.

Si M es el pleno de retención de la cedente, es decir, la suma asegurada máxima que está dispuesta a asumir la cedente por póliza, la cuota de retención de la cedente, k_i, y la cuota de cesión al reasegurador $(1-k_i)$ asociadas a la póliza i, con $i = 1,\dots,n_0$, se definen:

$$k_i = \begin{cases} 1 & si \;\; S_{i,t} \leq M \\ \frac{M}{S_{i,t}} & si \;\; S_{i,t} > M \end{cases} \;\; \text{y} \;\; (1-k_i) = \begin{cases} 0 & si \;\; S_{i,t} \leq M \\ \frac{S_{i,t}-M}{S_{i,t}} & si \;\; S_{i,t} > M. \end{cases} \tag{25}$$

En esta modalidad de reaseguro resulta que para $i = 1, \ldots, n_0$:

$$P_{i,t}^c = k_i \cdot P_{i,t} \;\; \text{y} \;\; P_{i,t}^r = (1-k_i) \cdot P_{i,t} \;\; \text{con} \;\; t = 0,1,2, \ldots, Q^l - 1, \tag{26}$$

$$S_{i,t}^c = k_i \cdot S_{i,t} = \begin{cases} S_{i,t} & si \;\; S_{i,t} \leq M \\ M & si \;\; S_{i,t} > M \end{cases} \;\; \text{y} \;\; S_{i,t}^r = (1-k_i) \cdot S_{i,t} = \begin{cases} 0 & si \;\; S_{i,t} \leq M \\ S_{i,t} - M & si \;\; S_{i,t} > M, \end{cases} \tag{27}$$

con $t = 1, \ldots, Q^l$,

de manera que:

$$\overrightarrow{P_t^c} = \left(k_1 \cdot P_{1,t}, \ldots, k_i \cdot P_{i,t}, .., k_{n_0} \cdot P_{n_0,t}\right) \;\; \text{y}$$

$$\overrightarrow{P_t^r} = \left((1-k_1) \cdot P_{1,t}, \ldots, (1-k_i) \cdot P_{i,t}, .., (1-k_{n_0}) \cdot P_{n_0,t}\right) \text{con } t = 0,1,2, \ldots, Q^l - 1, \tag{28}$$

$$\overrightarrow{S_t^c} = \left(k_1 \cdot S_{1,t}, \ldots, k_i \cdot S_{i,t}, .., k_{n_0} \cdot S_{n_0,t}\right) \;\; \text{y}$$

$$\overrightarrow{S_t^r} = \left((1-k_1) \cdot S_{1,t}, \ldots, (1-k_i) \cdot S_{i,t}, .., (1-k_{n_0}) \cdot S_{n_0,t}\right) \text{con } t = 1, \ldots, Q^l. \tag{29}$$

3.2. *Modalidades no proporcionales. El reaseguro stop-loss*

Las modalidades de reaseguro no proporcionales se caracterizan en que el reparto del riesgo asegurado entre la cedente y el reasegurador se basa en el exceso entre el importe de los sinestros y una prioridad establecida por la compañía de seguros. En este artículo sólo se analizará el reaseguro stop-loss.

El reaseguro stop-loss se trata de una modalidad de reaseguro no proporcional que se caracteriza porque el reasegurador se obliga a cubrir totalmente o parcialmente el exceso de siniestralidad ocurrido en un año respecto a una prioridad M. A diferencia de los reaseguros proporcionales, en este tipo de contratos no hay proporcionalidad en la distribución de responsabilidades, debido a que el compromiso de las partes depende de la siniestralidad y no de la suma asegurada de las pólizas.

En esta modalidad de reaseguro las realizaciones de la variable aleatoria b_t, para la cedente $b_t^{c,l}$, y para el reasegurador $b_t^{r,l}$, asociadas a la trayectoria de evolución del colectivo l, con $l = 1,2, \ldots, z$, y para $t = 1,2, \ldots, Q^l$, dependen de si la responsabilidad que asume el reasegurador es ilimitada o limitada. En el caso que sea ilimitada:

$$b_t^{c,l} = \begin{cases} \vec{d}_t^l \cdot \vec{S}_t & si \;\; \vec{d}_t^l \cdot \vec{S}_t \leq M \\ M & si \;\; \vec{d}_t^l \cdot \vec{S}_t > M \end{cases} \;\; \text{y} \;\; b_t^{r,l} = \begin{cases} 0 & si \;\; \vec{d}_t^l \cdot \vec{S}_t \leq M \\ \vec{d}_t^l \cdot \vec{S}_t - M & si \;\; \vec{d}_t^l \cdot \vec{S}_t > M, \end{cases} \tag{30}$$

siendo $b_t^{c,l} = b_0^c$ y $b_t^{r,l} = b_0^r$ para $t = 0$.

En el caso que la responsabilidad sea limitada, si el contrato es un stop-loss $(M_2 - M_1)$ en exceso de M_1, siendo M_1 la prioridad de la cedente y $(M_2 - M_1)$ el tramo de responsabilidad del reasegurador también denominado tramo “working”, entonces:

$$b_t^{c,l} = \begin{cases} \vec{d}_t^l \cdot \vec{S}_t & \vec{d}_t^l \cdot \vec{S}_t \leq M_1 \\ M_1 & M_1 < \vec{d}_t^l \cdot \vec{S}_t \leq M_2 \\ \vec{d}_t^l \cdot \vec{S}_t - (M_2 - M_1) & si \quad \vec{d}_t^l \cdot \vec{S}_t \geq M_2, \end{cases} \tag{31}$$

$$b_t^{r,l} = \begin{cases} 0 & \vec{d}_t^l \cdot \vec{S}_t \leq M_1 \\ \vec{d}_t^l \cdot \vec{S}_t - M_1 & M_1 < \vec{d}_t^l \cdot \vec{S}_t \leq M_2 \\ M_2 - M_1 & \vec{d}_t^l \cdot \vec{S}_t \geq M_2, \end{cases} \tag{32}$$

siendo $b_t^{c,l} = b_0^c$ y $b_t^{r,l} = b_0^r$ para $t = 0$.

Para poder calcular las realizaciones $a_t^{c,l}$ y $a_t^{r,l}$ de las variables aleatorias a_t^c y a_t^r asociadas a la trayectoria de evolución del colectivo l, con $l = 1,2, \dots, z$:

$$a_t^{c,l} = \begin{cases} \vec{n}_t^l \cdot \overrightarrow{P_t^c} & para \quad t = 0,1, \dots, Q^l - 1 \\ 0 & para \quad t = Q^l, \end{cases} \tag{33}$$

$$a_t^{r,l} = \begin{cases} \vec{n}_t^l \cdot \overrightarrow{P_t^r} & para \quad t = 0,1, \dots, Q^l - 1 \\ 0 & para \quad t = Q^l, \end{cases} \tag{34}$$

es necesario conocer el vector de primas que retiene la cedente, $\overrightarrow{P_t^c}$, y el vector de primas del reasegurador $\overrightarrow{P_t^r}$, siendo $\overrightarrow{P_t^c} = \left(P_{1,t}^c, P_{2,t}^c, \dots, P_{i,t}^c, \dots, P_{n_0,t}^c\right)$ y $\overrightarrow{P_t^r} = \left(P_{1,t}^r, P_{2,t}^r, \dots, P_{i,t}^r, \dots, P_{n_0,t}^r\right)$.

En esta modalidad de reaseguro el cálculo de $P_{i,t}^c$ y $P_{i,t}^r$ no es inmediato, como en las modalidades proporcionales, ya que en el reaseguro stop-loss la prima que retiene la cedente y la prima del reasegurador se obtienen directamente en forma de prima única para toda la cartera y no para cada póliza. Una vez obtenida la prima única para toda la cartera se tendrá que aplicar algún criterio de reparto para poder determinar las primas únicas correspondientes a cada póliza del colectivo, y a partir de éstas se podrán calcular, en caso de que así se haya pactado en la operación, las primas periódicas correspondientes.

Sean, π^c y π^r, respectivamente, las variables aleatorias prima única total del colectivo asociada a la cedente y al reasegurador, cuyas realizaciones vienen dadas por los siguientes conjuntos:

$$\tau^c = \{\pi^{c,1}, \pi^{c,2}, \dots, \pi^{c,l}, \dots, \pi^{c,z}\}, \tag{35}$$
$$\tau^r = \{\pi^{r,1}, \pi^{r,2}, \dots, \pi^{r,l}, \dots, \pi^{r,z}\}, \tag{36}$$

donde $\pi^{c,l}$ y $\pi^{r,l}$ son, respectivamente, el valor actual financiero de los pasivos a cargo de la cedente y del reasegurador dada la simulación *l*-ésima del colectivo:

$$\pi^{c,l} = \sum_{t=1}^{Q^l} b_t^{c,l} \cdot (1 + I_1))^{-t}, \tag{37}$$

$$\pi^{r,l} = \sum_{t=1}^{Q^l} b_t^{r,l} \cdot (1 + I_1))^{-t}, \tag{38}$$

siendo I_1 el tanto efectivo anual de interés técnico.

La función de distribución de las variables aleatorias π^c y π^r se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Función de distribución de π^cy π^r. Fuente: Elaboración propia

$\boldsymbol{\tau^c}$	$\boldsymbol{\tau^r}$	$\boldsymbol{P(\pi^c = \tau^c)= P(\pi^r = \tau^r)}$
$\pi^{c,1}$	$\pi^{r,1}$	$1/z$
$\pi^{c,2}$	$\pi^{r,2}$	$1/z$
…	…	…

$\pi^{c,l}$	$\pi^{r,l}$	$1/z$
…	…	…
$\pi^{c,z}$	$\pi^{r,z}$	$1/z$

Si se aplica como criterio de cálculo de primas el criterio de la esperanza matemática, entonces el valor de la prima única asociada a la cedente $\boldsymbol{\pi^c}$ y al reasegurador $\boldsymbol{\pi^r}$ para toda la cartera, se obtienen del siguiente modo:

$$\boldsymbol{\pi^c} = E[\pi^c] = \frac{\sum_{l=1}^{z} \pi^{c,l}}{z} \quad y \quad \boldsymbol{\pi^r} = E[\pi^r] = \frac{\sum_{l=1}^{z} \pi^{r,l}}{z}, \tag{39}$$

siendo la prima única total del colectivo, $\boldsymbol{\pi} = \boldsymbol{\pi^c} + \boldsymbol{\pi^r}$.

Ahora el problema consiste en calcular $P_{i,t}^c$ y $P_{i,t}^r$ a partir de $\boldsymbol{\pi^c}$ y $\boldsymbol{\pi^r}$, respectivamente. Para ello se asume el siguiente criterio de reparto:

$$P_{i,t}^c = \gamma \cdot P_{i,t} \ \text{ con } \ i = 1, \dots, n_0 \ \text{ y } \ t = 0,1, \dots, Q^l - 1, \tag{40}$$

y teniendo en cuenta que $P_{i,t} = P_{i,t}^c + P_{i,t}^r$, entonces:

$$P_{i,t}^r = (1-\gamma) \cdot P_{i,t} \ \text{ con } \ i = 1, \dots, n_0 \ \text{ y } \ t = 0,1, \dots, Q^l - 1, \tag{41}$$

siendo γ, con $0 < \gamma \leq 1$, un coeficiente en tanto por uno a determinar, el cual se obtendrá, como se muestra a continuación, de la relación entre $\boldsymbol{\pi^c}$ y $\boldsymbol{\pi}$.

Sea h_i, el número de primas periódicas satisfechas por el asegurado i, y tP_{x_i} la probabilidad de que un individuo de edad actuarial x_i sobreviva t años, entonces la prima única asociada a dicho asegurado, $\boldsymbol{\pi_i}$, se obtiene como el valor actual actuarial de las primas periódicas efectuadas por el asegurado i:

$$\boldsymbol{\pi_i} = \sum_{t=0}^{h_i} P_{i,t} \cdot tP_{x_i} \cdot (1+I_1)^{-t} \quad i = 1, \dots, n_0. \tag{42}$$

Por tanto, la prima única total del colectivo formado por n_0 individuos, $\boldsymbol{\pi}$, se obtiene por suma de las primas únicas individuales de cada uno de los n_0 individuos que forman el colectivo:

$$\boldsymbol{\pi} = \sum_{i=1}^{n_0} \boldsymbol{\pi_i}. \tag{43}$$

La prima única que retiene la cedente asociada al individuo i, $\boldsymbol{\pi_i^c}$, con $i = 1, \dots, n_0$ es:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\pi_i^c} &= \sum_{t=0}^{h_i} P_{1,t}^c \cdot tP_{x_i} \cdot (1+I_1)^{-t} = \sum_{t=0}^{h_i} \gamma \cdot P_{i,t} \cdot tP_{x_i} \cdot (1+I_1)^{-t} = \gamma \cdot \sum_{t=0}^{h_i} P_{i,t} \cdot tP_{x_i} \cdot (1+I_1)^{-t} = \\ &= \gamma \cdot \boldsymbol{\pi_i}. \end{aligned} \tag{44}$$

Teniendo en cuenta que:

$$\boldsymbol{\pi}^{\boldsymbol{c}} = \sum_{i=1}^{n_0} \boldsymbol{\pi}_i^{\boldsymbol{c}} = \sum_{i=1}^{n_0} \gamma \cdot \boldsymbol{\pi}_i = \gamma \cdot \sum_{i=1}^{n_0} \boldsymbol{\pi}_i = \gamma \cdot \boldsymbol{\pi}, \tag{45}$$

entonces:

$$\gamma = \frac{\boldsymbol{\pi}^{\boldsymbol{c}}}{\boldsymbol{\pi}}. \tag{46}$$

De manera que $P_{i,t}^c$ y $P_{i,t}^r$, para $i = 1, \dots, n_0$ y $t = 0,1, \dots, Q^l - 1$, se obtienen de siguiente modo:

$$P_{i,t}^c = \gamma \cdot P_{i,t} = \frac{\boldsymbol{\pi}^{\boldsymbol{c}}}{\boldsymbol{\pi}} \cdot P_{i,t} \quad y \quad P_{i,t}^r = (1-\gamma) \cdot P_{i,t} = \left(1 - \frac{\boldsymbol{\pi}^{\boldsymbol{c}}}{\boldsymbol{\pi}}\right) \cdot P_{i,t}. \tag{47}$$

Una vez obtenidas las primas $P_{i,t}^c$ y $P_{i,t}^r$, se podrán calcular las realizaciones $a_t^{c,l}$ y $a_t^{r,l}$ de las variables aleatorias a_t^c y a_t^r asociadas a la trayectoria de evolución del colectivo l, con $l = 1,2, \dots, z$.

3.3 Análisis de sensibilidad

Si se analiza la relación entre el *SCR* de la cedente, SCR_0^c, y la cuota de retención, en las modalidades proporcionales, o la prioridad, en el reaseguro stop-loss, la relación siempre es directa, es decir, a menor retención o prioridad, más riesgo tendrá que ceder la compañía al reasegurador y, por tanto, menor será SCR_0^c.

Existe una relación entre el *SCR* del reasegurador, SCR_0^r , y de la cedente, SCR_0^c , con el tamaño del colectivo. En el caso de las modalidades de reaseguro proporcionales esta relación es siempre directa, es decir, cuanto mayor es el tamaño del colectivo mayores son las dotaciones de *SCR*, en términos totales, que tienen que aportar cedente y reasegurador. Sin embargo, si se analiza el *SCR* que la cedente y el reasegurador tienen que dotar por asegurado, el importe es menor cuanto mayor es el tamaño del colectivo, debido a la disminución del riesgo no sistemático de la cartera, ya que disminuyen las fluctuaciones aleatorias de las tasas de mortalidad respecto al valor esperado cobrado en la prima.

En el caso del reaseguro stop-loss también existe una relación directa entre el tamaño del colectivo y el SCR_0^r, excepto para tamaños del colectivo muy pequeños, donde el reasegurador no tiene que dotar SCR_0^r, por no superar la siniestralidad de la compañía, la prioridad del contrato *M.* Sin embargo, no sucede lo mismo con el SCR_0^c, ya que éste presenta un comportamiento con tres tramos diferenciados. El primer tramo se corresponde con tamaños del colectivo reducidos, donde el SCR_0^c es creciente, debido a que prácticamente toda la siniestralidad de la cartera la asume la cedente, por estar ésta por debajo de la prioridad. El crecimiento del SCR_0^c cada vez es menor, hasta alcanza un máximo, como consecuencia de que el reasegurador empieza a participar cada vez más en la siniestralidad de la compañía y además ésta cobra más primas al haber más asegurados. En el segundo tramo el SCR_0^c empieza a disminuir debido a la cada vez menor participación de la cedente en la siniestralidad total de la cartera, y al aumento creciente de las primas totales cobradas por ésta, conforme aumenta el tamaño del colectivo. El último tramo se caracteriza por ser el SCR_0^c prácticamente cero, esto es debido a que el tamaño del colectivo es tan grande que las primas aportadas por los asegurados financian la prioridad de la cedente.

En el apartado siguiente se expone un ejemplo numérico donde se ponen de manifiesto las relaciones anteriores.

4. Aplicación numérica

En este apartado se ilustra un ejemplo numérico del cálculo del SCR desde el punto de vista de la cedente y del reasegurador para las tres modalidades de reaseguro analizadas, utilizando el modelo interno propuesto para el riesgo de mortalidad de una cartera formada por seguros de vida, en el que el asegurador garantiza un único pago al beneficiario en caso de fallecimiento del asegurado.

Se asume que la cartera está formada por un colectivo homogéneo en cuanto a edades, sexo y características de la operación, y que la cartera es de nueva creación. El colectivo está formado por individuos de sexo masculino, con edad actuarial $x = 35$ años, donde cada uno de ellos tiene contratado un seguro inmediato, temporal de 5 años, a primas periódicas anuales y con una suma asegurada, $S = 1.000$€, que cobrará el beneficiario al final del año del fallecimiento del asegurado.

Los datos técnicos asumidos en la operación son los siguientes:

- Tipo de interés técnico del 2% efectivo anual.
- Tablas de mortalidad: Pasem 2010.
- Estructura de tipos de interés al contado libres de riesgo (se ha obtenido del QIS5 y bajo la hipótesis de una prima de liquidez del 50%):

$$I_1(0,1) = 0{,}01475,\quad I_1(0,2) = 0{,}02051,\quad I_1(0,3) = 0{,}02458,$$
$$I_1(0,4) = 0{,}02771,\quad I_1(0,5) = 0{,}03022,\quad I_1(0,6) = 0{,}03235.$$

Al tratarse de un seguro inmediato y temporal de 5 años, el primer año en que la compañía de seguros queda liberada del pago de prestaciones a los beneficiarios es a los 5 años, $Q = 5$. Por otra parte, al ser una cartera de nueva creación la cuantía de los pasivos satisfechos en $t = 0$ por la compañía de seguros es cero, $b_0 = 0$.

El importe de la prima periódica anual, P, a pagar por cada asegurado de edad actuarial $x = 35$ años, se obtiene a partir de la siguiente expresión:

$$P = \frac{1.000 \cdot \sum_{t=0}^{4} t/q_{35} \cdot (1+0{,}02)^{-(t+1)}}{\sum_{t=0}^{4} tP_{35} \cdot (1+0{,}02)^{-t}} = 1{,}044122€, \tag{48}$$

donde t/q_{35} es la probabilidad de que una persona de edad actuarial 35 años viva t años y fallezca en el año siguiente y tP_{35} es la probabilidad que una persona de edad actuarial 35 años viva t años más.

Para esta cartera los vectores de primas y cuantías aseguradas, $\vec{P}_t$ y $\vec{S}_t$, son respectivamente:

$$\vec{P}_t = (1{,}044122, 1{,}044122, \ldots, 1{,}044122) \text{ con } t = 0,1,2,3,4, \tag{49}$$
$$\vec{S}_t = (1.000, 1.000, \ldots, 1.000) \text{ con } t = 1,2,3,4,5, \tag{50}$$

donde el número de componentes de cada vector coincide con el tamaño del colectivo.

A continuación se obtienen los resultados para el SCR_0^c y SCR_0^r bajo la hipótesis que la cedente tiene contratado un reaseguro cuota parte, de excedente y stop-loss. Los cálculos se han realizado en lenguaje de programación *R* y con 200.000 simulaciones.

4.1. *Reaseguro cuota parte*

En este apartado se va a comparar el SCR_0^c, el SCR_0^r y el SCR_0^{Total}, calculado este último como suma de los dos primeros, para un contrato de reaseguro cuota parte con unas cuotas de retención $k = 0{,}7$ y $k = 0{,}5$, bajo diferentes escenarios de tamaño del colectivo, n_0. También es interesante calcular el $SCR_{0,i}^c$, el $SCR_{0,i}^r$ y el $SCR_{0,i}^{Total}$ de cada póliza i, con $i = 1, \ldots, n_0$, que en este ejemplo al tratarse de un colectivo homogéneo se obtienen a partir de:

$$SCR_{0,i}^{c} = \frac{SCR_0^c}{n_0} \quad ; \quad SCR_{0,i}^{r} = \frac{SCR_0^r}{n_0} \quad ; \quad SCR_{0,i}^{Total} = \frac{SCR_0^{Total}}{n_0}. \tag{51}$$

En las Tablas 2 y 3 se muestran para un reaseguro cuota parte con $k = 0{,}7$ y con $k = 0{,}5$, los valores de SCR_0^c, SCR_0^r, SCR_0^{Total} , $SCR_{0,i}^c$, $SCR_{0,i}^r$, $SCR_{0,i}^{Total}$ y el importe de las primas asociadas a cada individuo P_i, P_i^c y P_i^r para diferentes tamaños del colectivo, n_0.

Cabe destacar que el SCR_0^c es directamente proporcional y el SCR_0^r inversamente proporcional a la cuota de retención de la compañía k.

Tabla 2. Reaseguro cuota parte con $k = 0{,}7$. Fuente: Elaboración propia

n_0	SCR_0^c	SCR_0^r	SCR_0^{Total}	$SCR_{0,i}^c$	$SCR_{0,i}^r$	$SCR_{0,i}^{Total}$	P_i	P_i^c	P_i^r
10	16,846	7,220	24,066	1,68462	0,72198	2,4066	1,04412	0,73089	0,21927
100	97,172	41,645	138,817	0,97172	0,41645	1,38817	1,04412	0,73089	0,21927
3.000	2.248,392	963,597	3.211,989	0,74946	0,32119	1,07066	1,04412	0,73089	0,21927
6.000	3.857,984	1.653,422	5.511,406	0,64299	0,27557	0,91856	1,04412	0,73089	0,21927
9.000	5.257,776	2.253,332	7.511,108	0,58419	0,25037	0,83456	1,04412	0,73089	0,21927
12.000	6.673,470	2.860,059	9.533,529	0,55612	0,23833	0,79446	1,04412	0,73089	0,21927

Tabla 3. Reaseguro cuota parte con $k = 0{,}5$. Fuente: Elaboración propia

n_0	SCR_0^c	SCR_0^r	SCR_0^{Total}	$SCR_{0,i}^c$	$SCR_{0,i}^r$	$SCR_{0,i}^{Total}$	P_i	P_i^c	P_i^r
10	12,033	12,033	24,066	1,2033	1,2033	2,4066	1,04412	0,52206	0,52206
100	69,4085	69,4085	138,817	0,6940	0,6940	1,38817	1,04412	0,52206	0,52206
3.000	1.605,994	1.605,994	3.211,989	0,53533	0,53533	1,07066	1,04412	0,52206	0,52206
6.000	2.755,703	2.755,703	5.511,406	0,45928	0,45928	0,91856	1,04412	0,52206	0,52206
9.000	3.755,554	3.755,554	7.511,108	0,41728	0,41728	0,83456	1,04412	0,52206	0,52206
12.000	4.766,764	4.766,764	9.533,529	0,39723	0,39723	0,79446	1,04412	0,52206	0,52206

Sin embargo, tal y como se muestra en el Gráfico 1, esta relación de proporcionalidad desaparece cuando se relaciona el SCR_0^c y el SCR_0^r con el tamaño del colectivo n_0. Aumentos en el tamaño del colectivo son correspondidos con aumentos cada vez menores en el $SCR_{0,i}^C$ y en el $SCR_{0,i}^r$. En este caso el $SCR_0^c > SCR_0^r$ ya que la cedente retiene el 70% de la cartera y cede al reasegurador el 30% restante.

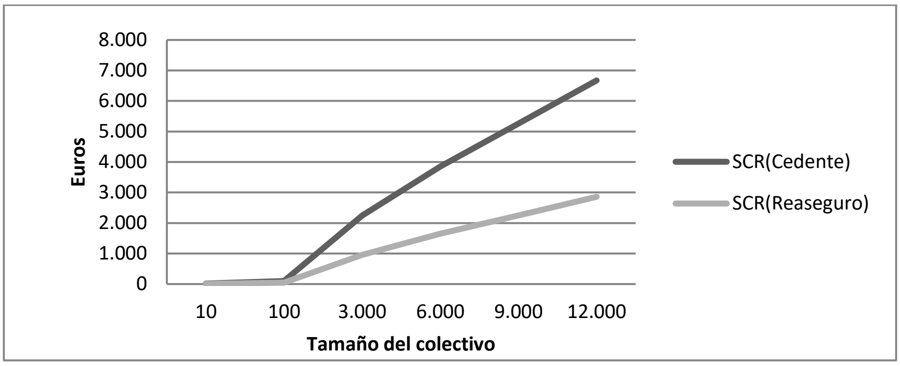

Gráfico 1: Relación para *k=0,7* entre SCR_0^c, SCR_0^r y n_0. Fuente: Elaboración propia

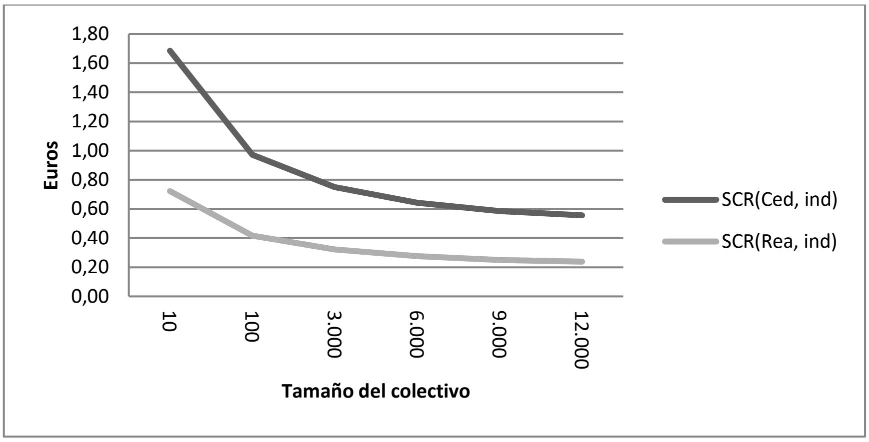

Gráfico 2: Relación para *k=0,7* entre $SCR_{0,i}^c, SCR_{0,i}^r$ y n_0. Fuente: Elaboración propia

Este comportamiento, tiene que ver, tal y como muestra el Gráfico 2, con la relación inversa entre el $SCR_{0,i}^C$ y el $SCR_{0,i}^r$ con el tamaño del colectivo n_0. Cuanto mayor es el tamaño del colectivo, menor es el valor de $SCR_{0,i}^C$ y de $SCR_{0,i}^r$ ya que disminuye el riesgo no sistemático de la cartera.

4.2. *Reaseguro de excedente*

En las Tablas 4 y 5 se muestran los resultados de SCR_0^c, SCR_0^r, SCR_0^{Total}, $SCR_{0,i}^c$, $SCR_{0,i}^r$, $SCR_{0,i}^{Total}$ y las primas asociadas a cada individuo P_i, P_i^c y P_i^r para diferentes tamaños del colectivo n_0, para un reaseguro de excedentes con pleno de retención *M*=500€ y con pleno de retención *M*=800€, respectivamente.

Teniendo en cuenta que todos los asegurados del colectivo tienen la misma suma asegurada, $S = 1.000$€, el reaseguro de excedentes con *M*=500€ y con *M*=800€ es equivalente a un reaseguro cuota parte con un valor de

$$k = \frac{500}{1.000} = 0{,}5 \text{ y } k = \frac{800}{1.000} = 0{,}8$$

respectivamente.

Tabla 4. Reaseguro de excedente con *M*=500€. Fuente: Elaboración propia

n_0	SCR_0^c	SCR_0^r	SCR_0^{Total}	$SCR_{0,i}^c$	$SCR_{0,i}^r$	$SCR_{0,i}^{Total}$	P_i	P_i^c	P_i^r
10	12,033	12,033	24,066	12,033	12,033	2,4066	1,04412	0,522061	0,522061

100	67,908	67,908	138,817	67,908	67,908	2,4066	1,04412	0,522061	0,522061
3.000	1.605,994	1.605,994	3.211,989	1.605,994	1.605,994	1,38817	1,04412	0,522061	0,522061
6.000	2.755,703	2.755,703	5.511,406	2.755,703	2.755,703	0,91856	1,04412	0,522061	0,522061
9.000	3.755,554	3.755,554	7.511,108	3.755,554	3.755,554	0,83456	1,04412	0,522061	0,522061
12.000	4.766,764	4.766,764	9.533,529	4.766,764	4.766,764	0,79446	1,04412	0,522061	0,522061

Tabla 5. Reaseguro de excedente con M=800€. Fuente: Elaboración propia

n_0	SCR_0^c	SCR_0^r	SCR_0^{Total}	$SCR_{0,i}^c$	$SCR_{0,i}^r$	$SCR_{0,i}^{Total}$	P_i	P_i^c	P_i^r
10	19,253	4,813	24,066	1,92528	0,48132	2,4066	1,04412	0,835297	0,167059
100	111,054	27,763	138,817	1,110539	0,27763	1,388174	1,04412	0,835297	0,167059
3.000	2.569,591	642,398	3.211,989	1.605,994	0,85653	1,070663	1,04412	0,835297	0,167059
6.000	4.409,125	1.102,281	5.511,406	2.755,703	0,73485	0,918568	1,04412	0,835297	0,167059
9.000	6.008,886	1.502,222	7.511,108	3.755,554	0,66765	0,834568	1,04412	0,835297	0,167059
12.000	7.626,823	1.906,706	9.533,529	4.766,764	0,15889	0,794461	1,04412	0,835297	0,167059

4.3. *Reaseguro stop-loss*

En la Tabla 6 se muestran los resutados obtenidos para γ, SCR_0^c, SCR_0^r, SCR_0^{Total}, $SCR_{0,i}^c$, $SCR_{0,i}^r$, $SCR_{0,i}^{Total}$ y las primas asociadas a cada individuo P_i^c y P_i^r de un reaseguro stop-loss con prioridad M=5.000€, para diferentes escenarios de tamaño del colectivo, n_0.

Tabla 6. Reaseguro stop-loss con M=5.000€. Fuente: Elaboración propia

n_0	γ	SCR_0^c	SCR_0^r	SCR_0^{Total}	$SCR_{0,i}^c$	$SCR_{0,i}^r$	$SCR_{0,i}^{Total}$	P_i^c	P_i^r
10	1	24,0660	0	24,066	2,406	0	2,406	1,044	0
100	1	138,8174	0	138,817	1,388	0	1,388	1,044	0
3.000	0,940	3.010,014	260,448	3.270,462	1,003	0,087	1,090	0,982	0,062
6.000	0,709	3.482,756	1.985,60	5.468,36	0,580	0,331	0,911	0,741	0,303
9.000	0,512	2.844,170	4.772,36	7.616,53	0,316	0,530	0,846	0,535	0,509
12.000	0,389	1.917,632	7.802,68	9720,314	0,159	0,650	0,810	0,406	0,638
14.000	0,334	939,783	9.816,145	10.755,92	0,067	0,701	0,768	0,349	0,695
14.300	0,327	0	10.104,87	10.104,87	0	0,707	0,707	0,342	0,703
15.000	0,311	0	10.104,87	10.104,87	0	0,719	0,719	0,326	0,718
20.000	0,233	0	13.115,46	13.115,46	0	0,656	0,656	0,244	0,800

25.000	0,187	0	15.353,8	15.353,8	0	0,614	0,614	0,195	0,849

Como puede apreciarse en el Gráfico 4, el valor de γ es inversamente proporcional al tamaño del colectivo, salvo cuando éste es de dimensiones reducidas, en cuyo caso dicho valor es independiente del mismo. En el caso de colectivos pequeños el reaseguro puede no intervenir ya que la siniestralidad de la compañía puede estar por debajo de la prioridad M, que es lo que sucede en el ejemplo, sin embargo, cuando el colectivo empieza a crecer a partir de un determinado umbral, la sinestralidad de la compañía sobrepasa la prioridad y cada vez hay más siniestralidad a cargo del reasegurador, disminuyendo por tanto el valor del parámetro γ.

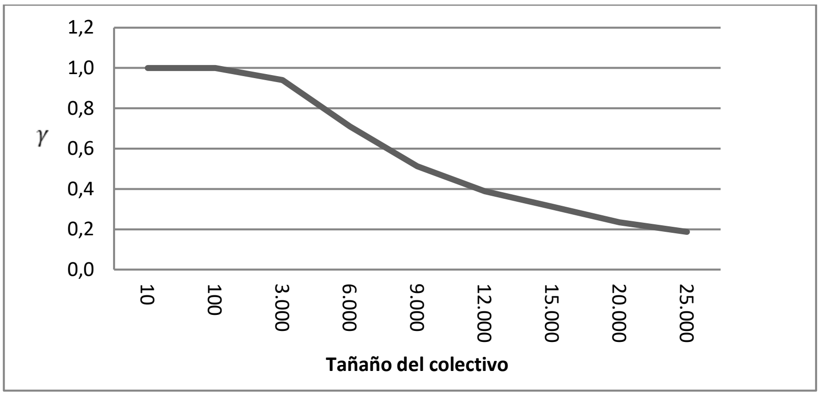

Gráfico 4: Relación entre γ y n_0. Fuente: Elaboración propia

En el Gráfico 5 se muestra el comportamiento de SCR_0^c y SCR_0^r con respecto al tamaño del colectivo, n_0. En el caso del SCR_0^c se aprecian tres tramos diferenciados. En el primero, que se corresponde con tamaños del colectivo reducidos, en este ejemplo hasta 6.000 asegurados, el comportamiento del SCR_0^c es creciente, debido a que para colectivos de tamaño reducido prácticamente toda la siniestralidad de la cartera la asume la cedente, por estar ésta por debajo de la prioridad, y conforme va aumentando el tamaño del colectivo, la siniestralidad a cargo de la cedente aumenta en términos absolutos y, por tanto, mayor debe ser el SCR_0^c que debe de dotar. En el segundo tramo el SCR_0^c disminuye hasta un tamaño de 14.300 asegurados, esto se debe a que la cedente empieza a compartir el peso de la siniestralidad con el reasegurador, siendo cada vez menor el porcentaje de participación de la cedente en la siniestralidad total de la cartera conforme aumenta el tamaño del colectivo, lo que permite a la compañía de seguros disminuir sus dotaciones de SCR_0^c. El último tramo se caracteriza por el comportamiento prácticamente constante y nulo del SCR_0^c. En este caso la siniestralidad de la cartera siempre es mayor que la prioridad que asume la cedente y cualquier aumento de siniestralidad que se produzca en la cartera, como consecuencia de aumentos en el tamaño del colectivo, los asume íntegramente el reasegurador, además, las primas aportadas por el colectivo a la cedente financian practicamente la prioridad del contrato M, en consecuencia, la cedente no tiene que dotar SCR_0^c. El comportamiento del SCR_0^r es siempre creciente menos para tamaños del colectivo muy pequeños, donde el reasegurador no tiene que dotar SCR_0^r por no superar la siniestralidad de la compañía la prioridad del contrato M.

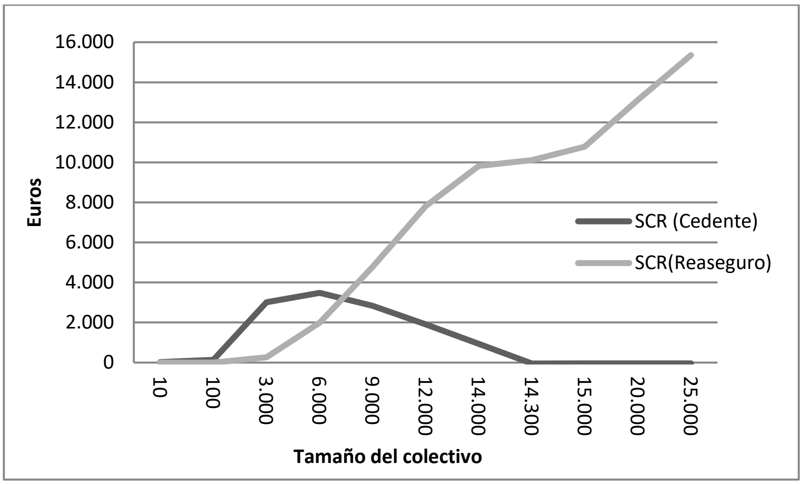

Gráfico 5: Relación entre SCR_0^c, SCR_0^r y n_0. Fuente: Elaboración propia

En el Gráfico 6 se muestra la evolución de $SCR_{0,i}^c$ y $SCR_{0,i}^r$ respecto al tamaño del colectivo, n_0. El $SCR_{0,i}^c$ siempre es decreciente y el $SCR_{0,i}^r$ crece hasta alcanzar su máximo para 15.000 asegurados para luego decrecer muy lentamente.

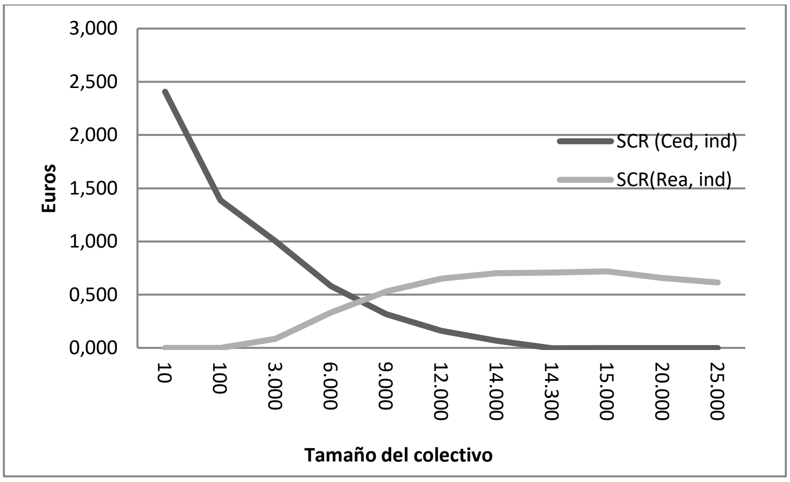

Gráfico 6: Relación entre $SCR_{0,i}^c$,$SCR_{0.i}^r$ y n_0. Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 7 se muestran los resutados obtenidos para γ, SCR_0^c, SCR_0^r, SCR_0^{Total}, P_i, P_i^c y P_i^r de un reaseguro stop-loss con prioridad M=5.000€ y con $n_0 = 6.000$ asegurados, para diferentes edades x del colectivo.

Tabla 7. Reaseguro stop-loss con $n_0 = 6.000$. Fuente: Elaboración propia

x	γ	SCR_0^c	SCR_0^r	SCR_0^{Total}	P_i	P_i^c	P_i^r
35	0,7096	3.482,7	1.985,60	5.468,36	1,044122	0,740978	0,3031441
40	0,4762	2.867,9	5.517,21	8.385,137	1,693141	0,806364	0,8867771
41	0,4276	2.893,9	6.704,88	9.598,80	1,896307	0,810974	1,085333
42	0,3823	1.924,9	8.063,97	9.988,90	2,128381	0,813823	1,572531
43	0,3414	949,073	9.568,18	10.517,26	2,388011	0,815480	1,314559
44	0,3054	0	11.188,9	11.188,9	2,672562	0,816430	1,856132

45	0,2738	0	12.147,1	12.147,1	2,983227	0,817030	2,166197
48	0,2002	0	14.859,83	14.859,83	4,089354	0,818828	3,270525
49	0,1815	0	16.144,88	16.144,88	4,512788	0,819461	3,693327
50	0,1652	6,8133	16.963,3	16.970,11	4,963629	0,820217	4,143412
55	0,1068	19,488	21.843,22	21.862,71	7,715879	0,824503	6,891376
60	0,0782	49,576	24.245,27	24.294,85	10,602640	0,829413	9,773229
65	0,0541	88,410	38.590,2	38.678,61	15,432530	0,835773	14,59676
70	0,0295	205,703	69.171,36	69.337,05	28,927960	0,854959	28,073
75	0,0147	497,607	137.105,3	137.602,01	61,073580	0,902781	60,1708

En el Gráfico 7 se muestra el comportamiento decreciente de γ respecto a la edad x de los asegurados del colectivo. A mayor edad del colectivo menor es el porcentaje de siniestralidad de la cedente en la siniestralidad total y menor es γ.

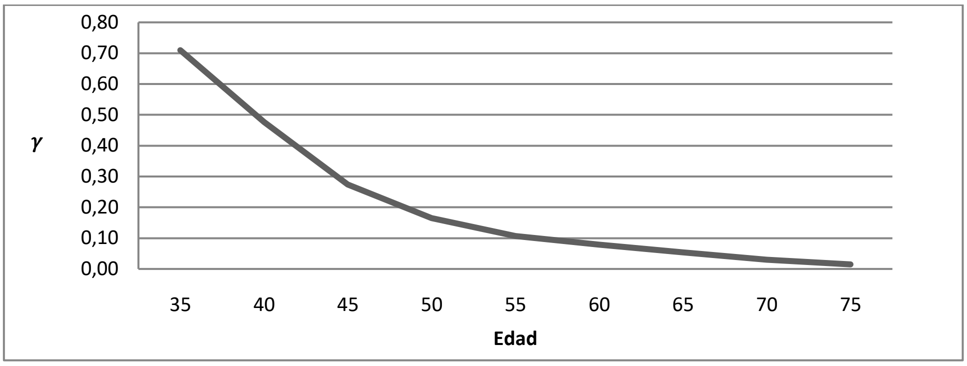

Gráfico 7: Relación entre γ y la edad x de los asegurados. Fuente: Elaboración propia

El Gráfico 8 muestra el comportamiento de SCR_0^c y SCR_0^r con respecto a la edad x de los asegurados del colectivo. En el caso de SCR_0^c se aprecian tres tramos diferenciados. En el primer tramo su cuantía disminuye hasta la edad de 44 años, debido al menor peso que asume la cedente en la siniestralidad total conforme aumenta la edad de los asegurados. En el segundo tramo, el SCR_0^c presenta un comportamiento relativamente constante en torno al cero hasta los 49 años, para luego crecer, en el último tramo, en las últimas edades consideradas. Para las edades del segundo tramo, cualquier aumento de siniestralidad que se produzca en la cartera, como consecuencia de aumentos en la edad, los asume íntegramente el reasegurador, sin embargo, para las últimas edades cada vez más asegurados del colectivo fallecen antes de los 5 años y, por tanto, no llegan a pagar todas las primas periódicas de la operación, disminuyendo el volumen de activos de la cedente respecto a los pasivos, obligando a ésta a llevar a cabo dotaciones de SCR_0^c cada vez mayores. Respecto al comportamiento del SCR_0^r siempre es creciente, pero presenta un comportamiento exponencial a partir de los 65 años, ya que, a partir de esta edad, la probabilidad de que los asegurados del colectivo fallezcan en el transcurso de 5 años, y por tanto, aumente la siniestralidad de la cartera, empieza a ser cada vez mucho más elevada. La siniestralidad de la cartera a edades altas la asume en un porcentaje cada vez más grande el reasegurador.

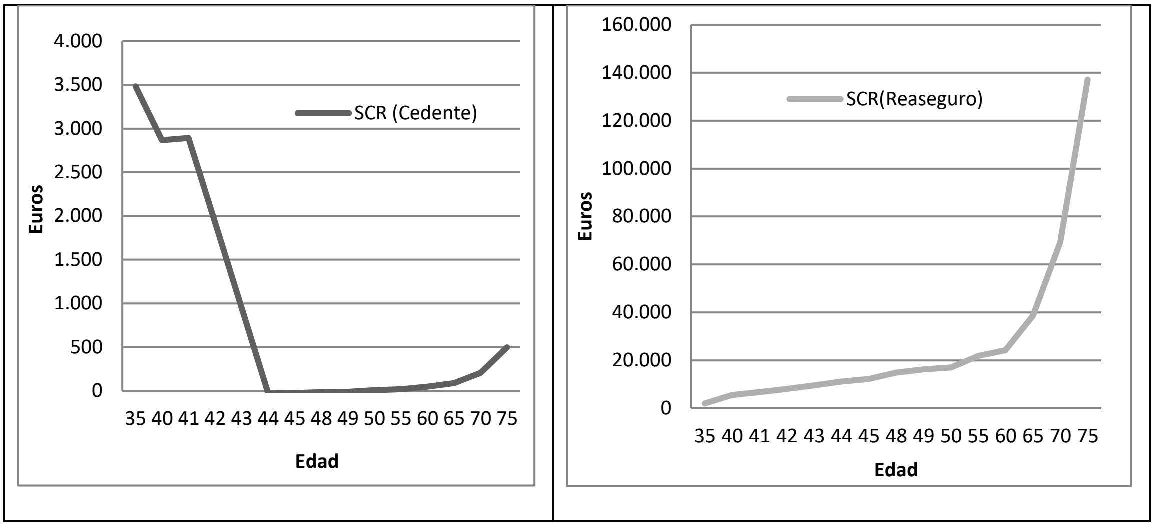

Gráfico 8: Relación entre SCR_0^c y SCR_0^r con la edad x de los asegurados. Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 8 se muestran los resutados obtenidos para γ, SCR_0^c, SCR_0^r, P_i^c y P_i^r en un reaseguro stop-loss con un tamaño de $n_0 = 6.000$ asegurados de edad, todos ellos, $x = 35$ años y para diferentes valores de la prioridad M.

Tabla 8. Reaseguro top-loss con $n_0 = 6.000$ y edad de los asegurados $x = 35$ años. Fuente: Elaboración propia

$\boldsymbol{M}$	$\boldsymbol{\gamma}$	$\boldsymbol{SCR_0^c}$	$\boldsymbol{SCR_0^r}$	$\boldsymbol{P_i^c}$	$\boldsymbol{P_i^r}$
3.000	0,457067	1.880,52	3558,84	0,477233	0,566888
5.000	0,709898	3.484,13	1984,672	0,741220	0,302902
7.000	0,875865	4.573,34	920,3524	0,914509	0,129612
12.000	0,995502	5.404,58	81,47236	1,039425	0,004696

Cuanto mayor es la prioridad de la cedente, mayor es el peso que asume la cedente en la siniestralidad total de la cartera en detrimento del reasegurador, esto explica el comportamiento creciente de γ y SCR_0^c respecto a la prioridad M (Grafico 9 y Gráfico 10) y la evolución decreciente del SCR_0^r (Gráfico 10).

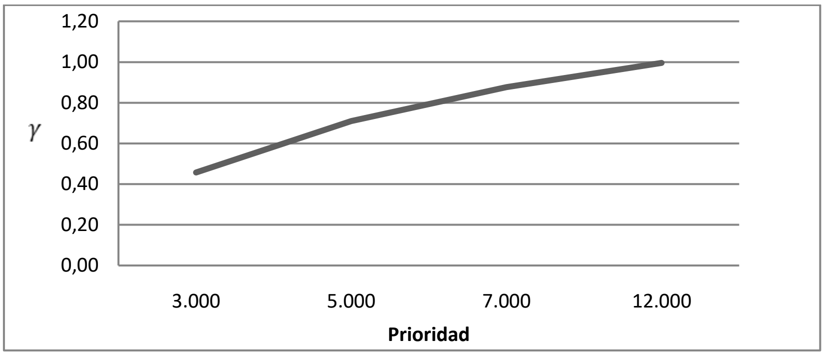

Gráfico 9:Relación entre γ y M . Fuente: Elaboración propia

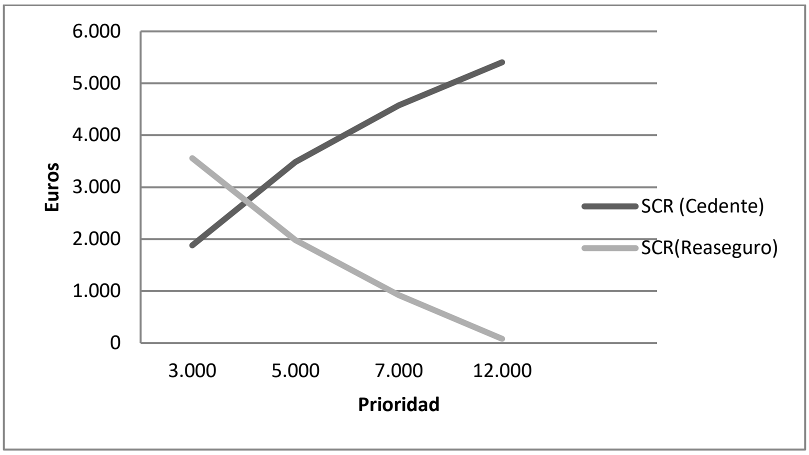

Gráfico 10: Relación entre SCR_0^c, SCR_0^r y M. Fuente: Elaboración propia

5. Consideraciones finales

En este trabajo se ha presentado el efecto mitigador que tienen las distintas modalidades de reaseguro sobre el SCR asociado al riesgo de fallecimiento, de acuerdo con la normativa de Solvencia II.

Las modalidades de reaseguro estudiadas son el cuota parte, el excedente y el stop-loss. La implementación de estas modalidades en el modelo interno propuesto ha sido muy diferente, teniendo en cuenta que uno de los inputs del modelo es saber, para cada póliza, las primas que retiene la cedente respecto a la prima total. En el caso de las dos primeras modalidades de reaseguro, al tratarse de reaseguros proporcionales, el cálculo de estas primas ha sido inmediato, sin embargo, en el caso del stop-loss, al ser una modalidad no proporcional que se basa en la siniestralidad de la cartera, la prima retenida por la cedente y la prima de reaseguro se refiere a toda la cartera, y no a cada póliza. El problema se ha solucionado incorporando hipótesis relativas al reparto de esta prima entre todos los asegurados del colectivo.

En el ejemplo numérico se ha considerado un colectivo homogéneo en cuanto a edades, sexo y suma asegurada, llevándose a cabo un análisis de sensibilidad de cómo afecta al SCR_0^c y al SCR_0^r la política de reaseguro. En el caso de las modalidades proporcionales, el SCR_0^c es directamente proporcional y el SCR_0^r inversamente proporcional a la cuota de retención de la compañía, de tal manera que cuanto mayor sea ésta, es decir, cuanto menos se ceda al reaseguro, mayor será el SCR_0^c y menor el SCR_0^r. Esta proporcionalidad se rompe cuando se considera la relación entre el SCR_0^c y SCR_0^r con el tamaño del colectivo debido al efecto que el tamaño tiene sobre el riesgo sistemático del colectivo. En el reaseguro cuota parte, la cuota de retención es la misma para todas las pólizas de la cartera y viene establecida en el contrato, sin embargo, en el caso del reaseguro de excedentes dicha cuota se deberá de calcular a posteriori, ya que depende de la relación entre el pleno de retención que determine la compañía y la suma asegurada de la póliza.

En el caso del reaseguro stop-loss se ha analizado como afecta al SCR_0^c y al SCR_0^r, la prioridad, la edad del colectivo y su tamaño. Cabe destacar en este sentido el comportamiento creciente y luego decreciente que experimenta el SCR_0^c frente a variaciones en el tamaño del colectivo.

En todas las modalidades de reaseguro estudiadas el $SCR_{0,i}^c$ es decreciente conforme aumenta el tamaño del colectivo, debido a la disminución que se produce en el riesgo no sistemático de la cartera al aumentar ésta su tamaño.

6. Referencias Bibliográficas

1. Heinen, B. *El reaseguro como herramienta de la gestión de capital bajo Solvencia II Europea*. Enero 2015. Swiss Re.

2. Dittrich, J. The impact of reinsurance on capital requirements under Solvency II. International Congress of actuaries 7-10. March 2010. Cape town.
3. Zhou, T. and Kuschel, N. Cost of capital under Solvency II Reinsurance and capital market instruments. *Solvency Consulting Knowledge Series*. (2012). Munich Re.
4. Pons, M.A y Sarrasí, F.J. Simulación de Monte Carlo aplicada a un modelo interno para calcular el riesgo de mortalidad en Solvencia II. *Revista electrónica de comunicaciones y trabajos de Asepuma. Rect@*. Volumen 18 (2017), págs. 53-70. DOI 10.24309/recta.2017.18.01.04.
5. Christiansen, M.C. and Niemeyer, A. Fundamental definition of the solvency capital requirement in solvency II. *Astin Bulletin*, 44, (2014) pages 501-533. (http://www.journals.cambridge.org/article_S0515036114000105)
6. Castañer, A. y Claramunt, M.M. *Solvencia II*. En OMADO (Objectes i materials docents). Dipòsit Digital de la UB. 2014. http://hdl.handle.net/2445/44823.
7. Fontanals, H. y Ruiz, E. *Risc de tipus d'interès*. Editorial UOC, 2014. Barcelona.
8. Minzoni, A. *Reaseguro*. Editor: Universidad Nacional Autónoma de México. 2009.

Normativa

UNESPA (2010). Especificaciones técnicas – QIS5, pp. 1-368. Traducción no oficial de las especificaciones técnicas de QIS5.

EIOPA. Risk-Free Interest Rate Term Structures. https://eiopa.europa.eu/regulation-supervision/insurance/solvency-ii-technical-information/risk-free-interest-rate-term-structures

Tablas de mortalidad población asegurada española masculina PASEM (2010), BOE núm. 174, de 21 de julio de 2012, páginas 52491 a 52495.