

¿Tiene límites el uso de las matemáticas en la economía?

C. González Concepción y M. C. Gil Fariña *
Departamento de Economía Aplicada
Universidad de La Laguna.

Resumen:

Las matemáticas han jugado un papel decisivo en el desarrollo del pensamiento, en particular del económico, convirtiéndose en las últimas décadas en un instrumento de trabajo indispensable en la elaboración de modelos teóricos capaces de explicar relaciones económicas cada vez más complejas.

No obstante, parece lógico que aún valorando positivamente las teorías más abstractas, se deba evitar un uso abusivo de sofisticados modelos matemáticos siempre que se manifiesten como una especie de “fuga técnica de la realidad” o contribuyan a propagar una visión deformada de la economía. La relación entre ambas se basa no tanto en que los resultados concretos que hoy se conocen en matemáticas tengan su análogo o no en la ciencia económica, sino en que la metodología que usa la matemática desde sus principios no es fundamentalmente distinta de la que vienen usando los economistas teóricos para resolver sus problemas.

En este trabajo, después de la introducción hacemos un breve recorrido histórico por las matemáticas y su relación con otras ciencias, para centrar posteriormente su atención en el desarrollo de la ciencia económica.

Finalizamos destacando algunas teorías matemáticas que por sus características, pueden ayudar a resolver algunos de los problemas actuales de la ciencia económica.

Palabras clave: *Matemáticas, ciencia económica, investigación científica en economía.*

* Recibido: Noviembre 1.999

Aceptado Febrero 2.000, después de una revisión.

INTRODUCCIÓN

Mucho se ha debatido y aún se continúa, sobre los contenidos propios de la **economía** y sobre si éstos deben ser tratados o no de forma científica, sobre si conviene el uso del lenguaje y del razonamiento propios de las **matemáticas**, sobre si es correcto reproducir en economía la metodología de otras ciencias más antiguas, sobre el papel de las teorías y la experimentación...

Entre aquellas posiciones extremas que consideran la economía una **ciencia social** de carácter político y quienes la consideran una **ciencia experimental** próxima a la física, encontramos también significativas posiciones intermedias, no necesariamente contradictorias, que niegan la necesidad de una dicotomía a la hora de elegir.

En realidad, hoy en día parece que podría consensuarse una postura dominante que defiende el interés de la parte científica y que reconoce el importante papel que tiene la contrastación de las teorías así como su compromiso social. Todo ello en el intento de entender mejor los procesos económicos y de colaborar, en la medida de lo posible, en la resolución de los interrogantes que a nivel económico se plantean en el seno de la sociedad.

De hecho, son cada vez más los economistas que consideran que la utilización de las matemáticas -lenguaje simbólico y método de razonamiento científico- constituye un elemento de ayuda inestimable en las tareas y objetivos de la economía.

Su presencia resulta cada vez más fundamental tanto en la **descripción** de las complejas relaciones económicas como en la **formulación** de proposiciones sobre relaciones de comportamiento a fin de realizar **predicciones** y **recomendaciones** de política económica que den respuesta a las grandes cuestiones económicas.

Además, el hecho de que ciertas ramas de las matemáticas se hayan desarrollado al servicio de la economía ha hecho que algunos afirmen que existen unas “matemáticas sociales”. Podría decirse, pues, que apenas existe una porción de las matemáticas que no pueda ser invocada en auxilio de la economía.

En cualquier caso, la contribución de las matemáticas en la economía no ha de verse de una forma aislada sino como la consecuencia de la evolución de ambos campos y de sus relaciones con otros. Por eso, no pueden entenderse las razones de tal contribución así como los inconvenientes a los que se enfrenta la economía al intentar “sacar provecho” de las matemáticas, sin analizar a través de la historia los momentos en los cuales el concepto de **verdad** atribuido a ellas o la forma de concebir sus principios ha sufrido variaciones importantes motivadas, unas veces, por los descubrimientos de las investigaciones en los más diversos campos y otras, por el constante reconocimiento del poco alcance que tiene nuestro saber frente a las exigencias que surgen en cada momento histórico.

Con el propósito de dar una visión general, esquematizamos muy brevemente, en primer lugar, el progreso de las matemáticas, lenguaje base de otras ciencias, a lo largo de más de 20 siglos de historia, paralelamente a lo que ha sido el

progreso de las ciencias naturales y, más concretamente la física, así como las ciencias de la vida, en concreto la biología, para pasar a las ciencias sociales y a la economía, la más joven de las mencionadas. Es precisamente en esta última en la que centramos nuestra atención, resaltando aquellos aspectos más relevantes del proceso de matematización de la ciencia económica y los hitos más significativos.

Con ello se intenta poner de manifiesto que las matemáticas, si bien se desarrollaron inicialmente al servicio de las ciencias naturales en el afán de conocer el mundo exterior, otras veces lo han hecho de forma independiente, lo que hace que las diferentes características de estos dos campos se encuentren con dificultades para escribir y resolver las cuestiones de la ciencia económica en el lenguaje científico conocido.

Además, el intento de contemplar con la perspectiva del tiempo lo realizado hasta este final del segundo milenio nos permite dar una visión, aunque modesta y esquemática, sobre el porvenir o, más concretamente, sobre las posibilidades que se vislumbran para el llamado milenio de la esperanza.

En este sentido, los avances que por sus propias necesidades están provocando la ciencia económica y otras ciencias sociales hacen pensar en nuevos desarrollos en las matemáticas. Por ello comentamos en este trabajo algunas de las investigaciones actuales que pueden resultar más sugerentes para la evolución de la ciencia económica, finalizando con algunas reflexiones sobre las bases que, en nuestra opinión, deben mover el motor científico en la economía y en general.

UNIVERSALIDAD Y UTILIDAD DE LAS MATEMÁTICAS. EL DEVENIR DE LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA

El impulso de creación y uso de las matemáticas ha sido coextensivo con la civilización entera. Son muchos los registros históricos de regiones diferentes que incorporan conceptos matemáticos: se tienen vestigios en las culturas inca y maya, en China, en Egipto, en Babilonia, en Grecia, en la India, en Bizancio, etc. Esto sugiere no sólo la universalidad de las matemáticas, sino también la tendencia universal de los humanos a hacer matemáticas.

La contribución de célebres estudiosos griegos (Tales de Mileto, la escuela Pitagórica, Euclides...) fue importante, si bien otras culturas anteriores y posteriores han hecho aportaciones significativas a la cosecha matemática: Las contribuciones babilónicas a la aritmética y a la numeración, los descubrimientos chinos acerca de la teoría de números, el álgebra posterior de los árabes...; estos logros se han mezclado en el festín de las modernas matemáticas. Aún así, muchas de sus preocupaciones fueron resueltas posteriormente y otras aún no lo han sido como es, por citar algún ejemplo, la naturaleza del número π , que continúa siendo hoy un tema interesante de investigación.

También la curiosidad por la resolución de problemas de ingenio (Perelmán, 1979; Bunch, 1987; Mataix Lorda, 1987, Vallejo-Nágera, 1998...) ha sido un factor que ha contribuido a la creación matemática, tanto o más que las aplicaciones prácticas de la misma.

Etimológicamente, el término Matemática proviene del griego “*Mathematike*” y es según Dou (1974) ... *la única ciencia verdaderamente tal por lo singulares que son respecto de cualquier otra, sus cualidades de universalidad y necesidad*».

La universalidad o general aceptación proviene de su lenguaje simbólico, su rigor lógico y la adopción de conclusiones verdaderas a partir de razonamientos deductivos y/o inductivos.

No obstante, en su actividad, el matemático encuentra necesario imponer niveles de abstracción al objeto de poder explicar de manera adecuada ciertas características, lo que ha traído consigo que casi todas sus ramas sean relativamente inaccesibles a los no especialistas. Pero a pesar de su abstracción, en muchas ocasiones, el origen de las ideas y los conceptos dentro de las matemáticas parte del mundo real, contando con variadas aplicaciones.

Puede afirmarse que desde Platón hasta el siglo XVII de la época moderna, las matemáticas dieron pasos inmensos. La geometría se enriqueció con el estudio de las secciones cónicas y de la trigonometría, el método de iteración casi se anticipó al cálculo integral y, sobre todo, el pensamiento asiático aportó la noción aritmética arábica y el álgebra, si bien estos progresos se limitaban a cuestiones técnicas.

Fue en dicho siglo -la época de Galilei, quien impuso una nueva forma de pensar en la que se cambiaba el “porqué” de los griegos por el “cómo”- cuando se descubrió el análisis matemático. Eran tiempos en los que la matemática y la física, resultaban en gran medida indistinguibles, con métodos, problemas y seguidores comunes. Por ello no es fácil imaginar hoy, cuando los matemáticos y físicos están tan especializados que, en ocasiones, son incapaces de comunicarse mutuamente, la situación de hace tres siglos en la que los límites entre estas ciencias eran tan difusos como inexistentes.

El surgimiento del cálculo significó la apertura de un territorio inmenso para los partidarios del uso de las matemáticas en los dos siglos siguientes.

Los huecos lógicos que dejaron Newton (1643-1727) y Leibniz (1646-1716), quienes gozan de la gloria del descubrimiento del cálculo infinitesimal, no se resolvieron hasta fines del siglo XIX. Aún así, puede decirse que a partir de entonces, el éxito del cálculo afirmó la idea del determinismo dominante en las matemáticas hasta casi nuestros días y que curiosamente ha servido de base indispensable en el estudio del indeterminismo o incertidumbre, cuyo surgimiento ha sido decisivo en el desarrollo de diversas aplicaciones.

La matemática por aquel entonces ganaba en generalización y comenzaba una increíble carrera de acumular sutilezas de abstracción y de encontrar, con cada aumento de su complejidad, alguna nueva aplicación, ya fuera en la física o en el pensamiento filosófico. A medida que la matemática se iba remontando a regiones cada vez más elevadas del pensamiento abstracto, volvía a tierra con una capacidad proporcionalmente mayor para el análisis de lo concreto.

Ya en el siglo XVIII asistimos a la “constitución” del análisis y a la construcción de nuevas geometrías no euclidianas (Fermat (1601-1655), Pascal (1623-1662), Gauss (1777-1855), Riemann (1826-1866)...) y se crean los

fundamentos de la topología, iniciada por Euler (1707-1783) y Poincaré (1854-1912).

En el siglo XIX, pareció que una buena parte de la influencia de la matemática clásica se desvanecía. Por un lado, era la época del movimiento romántico en literatura y el idealista en filosofía y, por otro, asistíamos al auge de la geología, la zoología y las ciencias biológicas, que empezaron a exigir nuevos desarrollos matemáticos más acorde con sus necesidades.

En concreto, fue el auge en dicho siglo de las llamadas **ciencias biológicas** el que motivó, en parte, el desarrollo del cálculo de probabilidades, aparato matemático indispensable para la construcción de una serie de teorías esencialmente aleatorias, más o menos autónomas, tales como la teoría de juegos de azar y la estadística. A partir de ese momento, los progresos de la biología se han venido relacionando estrechamente con el mejoramiento de las técnicas, lo que explica que, por ejemplo, los biólogos hayan adoptado la teoría de juegos para explicar la variedad de comportamientos en el reino animal.

Durante el siglo XIX la matemática pura hizo casi tantos progresos como durante todos los siglos anteriores desde Pitágoras (sigloVI a.C.). El progreso era más fácil ya que la técnica se había perfeccionado. Es en este siglo cuando nacen, al margen del álgebra y el análisis, la lógica formal (Boole (1815-1864)...) y la teoría de conjuntos (Cantor (1854-1918)), cuya importancia en el pensamiento matemático resulta indiscutible.

Ya en los albores de la Segunda Guerra Mundial, un grupo reducido de originales estudiosos franceses agrupados bajo el seudónimo colectivo de “Nicholas Bourbaki”, siguiendo las ideas de Hilbert (1862-1943), inició un singular proyecto que jugaría un papel decisivo sin precedentes. La finalidad era hacer una teoría general de las estructuras que llevase a cabo una refundición completa de las matemáticas. La topología actual ofrece un claro ejemplo de esta nueva tendencia.

La matemática había entrado en ese momento en un estado dinámico según el cual no se puede afirmar que las ciencias matemáticas son la rama del saber que alcanza el ideal de verdad absoluta deseable por el más exigente científico. De hecho, los trabajos de los últimos cien años están poniendo de manifiesto la dificultad de establecer cuáles son los niveles de verdad implicados.

A este respecto es importante observar que a medida que se logra avanzar en el conocimiento, se tiene la sensación de que el concepto de verdad absoluta es más difícil del alcanzar. Mientras se logran teorías más generales, ellas mismas vuelven a resultar demasiado particulares cuando se intentan aplicar a otras ramas del saber.

Hubo que esperar casi al siglo XX para que las humanidades fueran “invadidas” por las matemáticas provocando, en beneficio mutuo, que las ciencias del hombre hicieran uso de la matemática y que ésta se interesase en adaptar su metodología a las necesidades de aquéllas. Pero las matemáticas han penetrado también en la sociología, la psicología, la medicina y la lingüística. Hasta bajo el nombre de cliometría se han infiltrado en el campo de la historia.

En efecto, las matemáticas, en su proceso de desarrollo han tomado de otros campos de la ciencia temas y problemas devolviéndoles a cambio aplicaciones

fructíferas. Este fenómeno también se ha dado con las ciencias sociales, que han servido de campo de aplicación de numerosas técnicas matemáticas. A este respecto, Stone (1994) confiesa:

«Creo que lo que me llevó a las ciencias sociales fue el deseo de aplicar las matemáticas a un conjunto de fenómenos que lo necesitan urgentemente si queremos comprenderlos de forma científica (...). Las ciencias sociales ofrecían un campo de nieve virgen en el que se podían imprimir las propias huellas».

Los problemas surgidos en estas ciencias han requerido también de continuos avances en la matemática de materias numéricas, aleatorias, cualitativas, etc.

Por lo que respecta a la **economía** hallamos en su servicio una rica paleta de conceptos y herramientas matemáticas. La importancia que se atribuye al empleo de instrumentos matemáticos en el análisis económico se pone de manifiesto mediante dos hechos fundamentales: de un lado, la variedad de técnicas matemáticas y su cada vez mayor grado de sofisticación en el análisis y desarrollo de modelos económicos; de otro lado, en el empleo cada vez más generalizado de técnicas matemáticas en casi todas las ramas de la economía.

También se da la relación recíproca: la aparición frecuente de problemas en economía ha dado pie al desarrollo de nuevos problemas en la matemática (por ejemplo, el movimiento browniano entró por primera vez en la literatura matemática a través del estudio de los movimientos de Bolsa en los trabajos iniciales de Bachelier).

No obstante, hay un consenso bastante amplio en la comunidad matemática según el cual las matemáticas no están sólo al servicio de las otras ciencias, pues cuando juzgamos las matemáticas únicamente bajo el prisma de la utilidad, ignoramos uno de los privilegios centrales del ser humano: la oportunidad de elevarse intelectualmente por el puro gozo de elevarse.

Ya en la época más reciente, el avance imparable en las posibilidades de cálculo de los ordenadores de alta velocidad ha permitido la investigación matemática en campos que no domina la matemática clásica: análisis numérico, programación matemática, teoría de juegos estratégicos, multitud de ramas de la estadística, investigación operativa, informática, etc. y que revierten en beneficio de las ciencias sociales, biológicas, etc. así como de determinadas ramas de las ciencias físicas como la astrofísica y la física cuántica. Todo esto amén de las posibilidades que abre y ofrece en el mundo de las comunicaciones a través de la gran biblioteca Internet que a todos favorece.

Sin duda alguna, la relación entre **matemáticas y ordenadores** ha sido mucho más compleja de lo que los profanos pudieran sospechar.

El ordenador ha servido para intensificar el estudio del análisis numérico y para despertar de un sueño cincuentenario a la teoría de matrices. Entre otras cosas, ha llamado la atención sobre la importancia de la lógica y de la teoría de las estructuras abstractas.

Por su parte, a quienes trabajan en matemática aplicada con el propósito de obtener soluciones numéricas a problemas prácticos, el ordenador les ha sido un auxiliar indispensable desde hace años. En los últimos años se ha producido

también un impacto apreciable de los ordenadores incluso en el campo de la matemática pura. Existe un interés considerable por los resultados de carácter constructivo o algorítmico a la vez que por los de naturaleza puramente existencial o dialéctica, carentes de significado computacional, o casi.

Y algo, según Santaló (1994), quizás inesperado, la colaboración de los grandes ordenadores ha favorecido el surgimiento de nuevas teorías más cercanas a lo que podríamos considerar como matemática cualitativa: teoría de las catástrofes (Thom, 1972), en general, los fractales de Mandelbrot generalizando la idea geométrica y tradicional de curva; la matemática borrosa (Zadeh, 1965) como generalización de la teoría de conjuntos de Cantor; la matemática caótica, etc.

Todo ello hace que podamos considerar la situación actual como un momento histórico, sin precedentes, en la evolución de la noción de verdad matemática. Asistimos a un proceso de matematización en casi todos los campos del saber y resulta obvio que el mundo está viviendo una edad de oro de la producción matemática. Esta situación parece responder a la idea de Galois (1811-1832), quien consideraba a la matemática como el trabajo del espíritu humano destinado tanto a estudiar como a conocer, tanto a buscar la verdad como a encontrarla.

Según ésta, la búsqueda de la verdad es el móvil de nuestro pensamiento frente a la ciencia y la filosofía, y las matemáticas podrían ser un camino, un método de aproximación a la misma.

La influencia que ha tenido el conocimiento matemático en la vida de los hombres, en sus ocupaciones, en sus pensamientos habituales y en la organización de la sociedad, debe haber quedado oculta a la previsión de los primeros pensadores, como quizás está oculto hoy para nosotros su futuro más o menos lejano... Se podría incluso pensar que prever el fin de toda producción matemática está más allá de cualquiera de los horizontes hoy visibles.

De hecho, las matemáticas se pueden concebir como un árbol que crece en el tiempo, en el que las construcciones ya existentes son ampliadas y rellenadas. Se crean nuevas teorías, se delinean, entes matemáticos nuevos, se descubren relaciones e interconexiones que plasman nuevas unificaciones, se buscan y conciben aplicaciones nuevas ... En suma, si alguna característica definiese a la matemática sería que construye sobre sí misma, es **agregativa**.

A este respecto, la experiencia parece mostrar que existen dos inagotables manantiales de cuestiones matemáticas nuevas. Uno de ellos son las propias matemáticas: conforme va haciéndose más elaborada y compleja, cada resultado nuevo y recién terminado se convierte en potencial punto de partida para nuevas investigaciones. La otra fuente es el desarrollo de las otras ciencias y la tecnología, con las siempre nuevas demandas de auxilio que hacen a las matemáticas, auxilio que también reclama la economía que, en su deseo por solucionar diversos problemas económicos, requiere de nuevos conceptos e instrumentos.

LAS MATEMÁTICAS Y LA CIENCIA ECONÓMICA

Tal y como se ha expuesto, la economía en su desarrollo, aunque de forma más tardía en el tiempo, por su relativa juventud y por carácter social, también se ha sumado al resto de las ciencias naturales y experimentales que han tenido la oportunidad de capturar la utilidad que ofrece el conocimiento y uso de las matemáticas.

Son numerosas las obras que ponen de manifiesto la utilización de las matemáticas en la economía si bien, en muchos casos, de manera aislada. En este sentido, cabría mencionar como ejemplo la obra de Aristóteles “Nicomachean Ethics”, en la que emplea proporciones para la asignación de salarios de una empresa. En el siglo XVIII, autores como Ceva y Beccaria desarrollaron sus trabajos sobre la economía del contrabando y la evasión impositiva óptima. En este último, el tratamiento algebraico del problema y el razonamiento matemático implícito que adoptó se basaba en el moderno análisis de curvas de indiferencia, siguiendo los principios del utilitarismo, que también contribuyó a configurar.

Podría afirmarse que bien entrados en el Siglo XVIII, comienzan a aparecer de la mano de varios innovadores en la ciencia económica expresiones matemáticas más complejas, sirviéndose de su lenguaje simplificador y empleando un razonamiento matemático explícito para obtener conclusiones económicas.

Según Koopmans (1980), es en esta época cuando aparecen los primeros textos económicos con símbolos y expresiones de carácter matemático, aunque no formaban parte del razonamiento sino más bien de la estética; los gráficos, ejemplos, tablas de datos o resultados no constituían sino una forma de presentar las conclusiones.

En concreto, la utilización del **ejemplo numérico** se contemplaba como un mero instrumento de análisis a partir del cual se obtenían conclusiones sin ayuda de otra técnica más general. Era éste el tipo de análisis frecuente, entre otras, en la escuela de Aritmética Política con Petty (1623-1687). Posteriormente, su empleo en forma de estadísticas, como instrumento expositivo tiene lugar, entre otros, con la Escuela Fisiocrática y con su máximo exponente, Quesnay (1694-1774).

En cuanto al **método gráfico**, sirvió inicialmente para que muchos economistas construyesen satisfactoriamente la teoría buscada. Hoy, sin embargo, la representación gráfica y el análisis geométrico constituyen uno de los instrumentos analíticos dominantes en la teoría y práctica económica, de los que resulta prácticamente impensable prescindir.

De esta época también destaca el trabajo clásico de Bernouilli (1700-1782), sobre la aplicación de la teoría de la probabilidad al análisis de la utilidad esperada para la toma de decisiones bajo incertidumbre. Este trabajo, que fue posteriormente extendido por Laplace (1749-1827) y Poisson (1781-1840), se considera seminal dentro de la teoría de la utilidad esperada, así como en el principio de utilidad marginal decreciente, que fue tan popular dentro de la profesión en el siglo XIX.

Una contribución menos formal fue la del *Tableau Economique*, desarrollado por Quesnay en 1758, si bien su importancia ha sido tremendamente significativa en aplicaciones posteriores del álgebra lineal a la contabilidad nacional y a los modelos económicos lineales.

Otra contribución inicial fue la de Von Thünen (1783-1850), recordado por Marshall (1842-1924) como «*el más amado de todos sus maestros*» y que fue el primero en utilizar el cálculo infinitesimal en el razonamiento económico. Otro ejemplo de contribuciones matemáticas a problemas económicos particulares es el trabajo de Gauss (1845) sobre métodos actuariales, que utilizó la teoría de la probabilidad avanzada así como métodos estadísticos en el análisis de pensiones y seguros.

En realidad no es hasta principios del siglo XIX cuando comienza, con Cournot (1801-1877), la introducción sistemática de métodos matemáticos en economía, estableciendo junto con los trabajos posteriores de Walras (1834-1910) y Pareto (1848-1923) las bases de lo que se ha dado en denominar **economía matemática**.

En efecto, la obra de **Cournot** “Investigaciones acerca de los Principios Matemáticos de la Teoría de las Riquezas” (1838), constituye el punto de partida de la moderna economía matemática. Así lo cree Mirowski (1991) al afirmar que «*Mientras que ejemplos aislados y diseminados del razonamiento matemático existían previamente al trabajo de Cournot, éstos no tuvieron absolutamente ningún impacto sobre el discurso cotidiano de economía política*».

A partir de ese momento la matemática comienza a invadir los razonamientos económicos. Aparece un nuevo enfoque del análisis económico fundamentado en la utilización del lenguaje y la lógica que proveen las matemáticas para justificar la racionalidad y coherencia interna de las leyes que rigen determinados fenómenos económicos.

Desde entonces la ciencia económica ha tomado dos vertientes que se complementan entre sí: una de carácter más formal en la que llega a dominar el sentimiento de maximizar lo “maravilloso”, lo “sorprendente”, lo “admirable” y que muchas veces no busca de forma directa la comprensión de parcelas concretas de la realidad económica, lo cual la sitúa más cerca del rigor propio de las matemáticas puras, y otra, más experimental, en la que es fundamental el tratamiento de los datos económicos, la contrastación de los desarrollos teóricos previos o incluso la reflexión antepuesta a la exposición de unos hechos concretos.

Precisamente, la utilización de técnicas matemáticas más allá de la simple geometría, como el álgebra matricial, el cálculo diferencial e integral, las ecuaciones en diferencias finitas y diferenciales, la programación matemática, los métodos numéricos, la teoría de la probabilidad... como métodos de razonamiento, es la que nos permite definir la economía matemática, cuya parte más experimental la constituye la **econometría**, una materia con identidad propia que encuentra en sus desarrollos teóricos una fuente de modelos susceptibles de ser contrastados empíricamente con la ayuda de instrumentos estadísticos.

Podría decirse, siguiendo a Lancaster (1972) que «*la economía matemática no es un tema sino un enfoque dentro de la ciencia económica, íntimamente relacionada con la teoría económica. Su campo de acción varía constantemente dado que actúa como puerto a través del cual nuevas técnicas analíticas importadas de las matemáticas penetran en el cuerpo principal del análisis económico*».

Este proceso de matematización en el que han entrado la teoría y práctica económica ha alcanzado su fase más intensiva a partir de la Segunda Guerra Mundial. Este hecho se ilustra si se atiende al contenido de las revistas especializadas de la profesión (Econometrica, Journal of Mathematical Economics, Journal of Economic Theory ...). en las que la presencia de artículos económicos con formulaciones matemáticas ha experimentado en las últimas décadas un aumento espectacular.

Ya a este respecto, en 1954 escribía Allais: «Numerosos e importantes estudios han tratado ya sobre la aplicación de las matemáticas a cuestiones económicas. Los autores más eminentes han precisado en qué condiciones y con qué limitación esta aplicación podría efectuarse. Parecería a primera vista que ya no hay nada que decir en este campo. Sin embargo, la aparición de nuevas teorías matemáticas y la preocupación de los economistas ha permitido que medio siglo después sigan apareciendo artículos y debates sobre este tema».

Sin embargo, también es importante destacar que, a pesar de esta tendencia al alza, el número de revistas especializadas en el ámbito económico que ha aparecido a partir de 1960, en las que se recogen artículos con tratamiento no matemático es también importante. En este sentido, cabría citar algunas hoy plenamente consolidadas como son, entre otras, la Journal of Economic Surveys, Journal of Economic Perspectives, Journal of Interdisciplinary Economics, etc.

Otra señal clara del proceso de consolidación de la ciencia económica la constituye el Premio Nobel en Economía, que desde su concesión por vez primera en 1969 ha recaído en economistas con gran formación matemática y que hacen o han hecho uso habitual de las matemáticas en sus investigaciones (Frisch, Tinbergen, Arrow, Kantorovich, Koopmans, Samuelson, Debreu, Nash, Merton, Scholes ...), compartido con otros que demuestran menos interés por el uso de las matemáticas en sus investigaciones (Hayek, Buchanan, Sen ...).

De otra parte, como ya se ha comentado, en esta segunda mitad del siglo XX, crece el número de economistas que han descubierto que las matemáticas son productivas en los nuevos desarrollos de la economía, pero crece también el número de matemáticos que pone sus investigaciones al servicio de las tareas de la economía, contribuyendo con avances ciertamente significativos, haciendo incluso surgir nuevos problemas matemáticos, tales como los que recoge la programación matemática y la teoría de juegos.

Por tanto, el método matemático, por su estructura y su proceso de razonamiento, ha sido factor fundamental de originalidad y creatividad en el desarrollo de la ciencia económica. Su aplicación, no sólo a la economía sino a cualquier campo del saber, se basa en la existencia de una analogía o isomorfismo entre la estructura matemática a utilizar y la estructura del fenómeno analizado.

Frente a la lógica discursiva, que establece sus hipótesis y conclusiones con palabras y frases, la utilización del método matemático fuerza al investigador a ofrecer una presentación completa de hipótesis garantizadamente no contradictorias.

Esta **revolución metodológica** no sólo ha dotado al discurso económico de las características de rigor y generalidad, sino que la solidez teórica adquirida ha conferido a la economía el carácter de un programa de investigación progresivo.

Podría decirse que, en cualquier caso, han sido los esfuerzos conjuntos y la cooperación activa entre economistas y matemáticos los que han contribuido a que el enfoque matemático tenga una presencia significativa y reconocida en la práctica totalidad de los ámbitos de la economía.

Una vez que han sido considerados algunos aspectos del proceso de matematización de la ciencia económica, nos proponemos a continuación hacer una incursión en la historia de la matematización de la economía, resaltando los hitos más importantes.

La corta historia de la economía matemática puede dividirse, siguiendo a Arrow e Intriligator (1989), en tres períodos diferenciados: el período **marginalista** (1838-1947) basado en el cálculo, el período de los **modelos lineales** y la **teoría de conjuntos** (1948-1960) y el período actual de **integración** (1961 hasta la actualidad). En cualquier caso, estas fechas son sólo indicativas pues, en realidad, el análisis marginalista basado en el cálculo no ha cesado nunca y, por su parte, el análisis de modelos lineales y la teoría de conjuntos, que comenzó en 1933 continúa aún siendo tremendamente significativo.

►El **período inicial** de la economía matemática (el período **marginalista**), se caracteriza por tomar prestadas metodologías de las ciencias físicas y por utilizar las matemáticas para desarrollar una teoría formal basada fundamentalmente en el **cálculo**. Asumiendo que las funciones de utilidad y producción son *suficientemente diferenciables*, se desarrollan los fundamentos matemáticos de las modernas teorías del consumidor, el productor, el oligopolio y del equilibrio general. El instrumento básico de este período lo constituye el cálculo diferencial, en particular, el uso de derivadas totales y parciales, de los multiplicadores de Lagrange y, en general, de la teoría de optimización clásica.

En este período resultan fundamentales las contribuciones de Cournot, que realiza el primer tratamiento sistemático de una gran variedad de problemas microeconómicos, cubriendo las teorías del valor y cambio, demanda, monopolio, competencia y renta social, en un momento histórico que ciertamente no era proclive a la utilización de las matemáticas.

Sus contribuciones pueden ser estudiadas bajo dos encabezamientos: la teoría de la empresa y la interacción de las empresas y consumidores en los mercados. Estudió y definió rigurosamente los casos de la competencia perfecta y del monopolio. En cuanto a la interacción de empresas y consumidores en mercados parciales, desarrolló la igualdad de la oferta y demanda en mercados competitivos y el problema del oligopolio y, sobre todo, del monopolio bilateral como caso particular. De hecho, la solución de Cournot al oligopolio es aún una aproximación estándar y su generalización ha jugado un importante papel en el desarrollo de la teoría de juegos.

La repercusión de su trabajo ha sido enorme, dando pie a una amplia literatura

que retomaría y refinaría hasta límites insospechados su teoría y, en especial, el método utilizado: el **razonamiento matemático**.

Sin embargo, el mensaje de Cournot, como muy bien ya predecía él, no tuvo una respuesta inmediata en la comunidad científica de la época y tras la publicación de su obra, se abre un período que se remonta hasta el último tercio del siglo XIX, en el que parece ignorarse por completo su contenido. Probablemente, ello fue debido a que éste era considerado “demasiado matemático” para los economistas del momento, sin demasiada preparación en este terreno (Longfield (1802-1884), Senior (1790-1864), Mill (1806-1873), Cairnes (1823-1875)).

Aún así, existieron ejemplos aislados que recogieron, de una forma o de otra, el testigo de Cournot, como fueron Dupuit (1804-1866), Gossen (1820-1858) o Lloyd (1794-1852), precursores todos ellos de la teoría de la utilidad marginal.

Un cambio notable en esta situación tuvo lugar **a partir de 1870**, con la irrupción en el discurso económico de una serie de científicos (Jevons (1835-1882), Walras (1834-1910), Edgeworth (1845-1926), Fisher (1867-1947)) o Pareto (1848-1923)), adiestrados también en otras áreas como la ingeniería, la física o la propia matemática y, por tanto, con conocimientos matemáticos adecuados para su aplicación a la ciencia económica.

En esta época, de creciente profesionalización, los economistas comienzan a delimitar con mayor propiedad sus objetos de estudio y los criterios para analizarlos científicamente. En lo sucesivo se comienza a diferenciar entre *economía normativa* y *economía positiva*. Estas características quedaban un tanto diluidas y entremezcladas en los trabajos anteriores a esta generación, pero su distinción dentro del análisis económico supuso, sin duda, un paso importante.

Los principales pensadores económicos de esta época se encontraban situados en el medio académico, dentro de las universidades punteras a nivel mundial: Lausana, Harvard, Columbia, Yale, Oxford, Cambridge, etc. Al mismo tiempo, hacían su aparición nuevas revistas académicas que daban salida al trabajo científico como la *Revue d'Economie Politique*, *Giornale degli Economisti*, *Economic Journal*, *Quarterly Journal of Economics*, *Journal of Political Economy*, *American Economic Review*, entre otras. También fueron fundadas instituciones que luego cobrarían reconocido prestigio como la *London School of Economics* en 1895.

En este período puede decirse que la ciencia económica experimenta uno de los mayores avances de su historia en dos vertientes principales: por una parte, se comienza a hacer hincapié en la observación sistemática y medición de la realidad económica. Claros precursores se encuentran en Petty (1623-1687), King (1648-1712) o Davenant (1656-1714), alentados por los progresos realizados, entre otros, por De Moivre, Laplace, Gauss, Poisson y la Escuela de San Petersburgo en el terreno de la teoría estadística (método de los mínimos cuadrados, distribución normal, modelo de Poisson, teorema central del límite, etc.). Por otra parte, las aportaciones de Edgeworth, Fisher o Moore (1869-1958) sentaron los precedentes de los modernos trabajos econométricos. En tales casos, se intentaba conjugar la contrastación empírica, por medio de la estadística, con los resultados teóricos del análisis económico, aunque de una manera todavía un tanto primitiva debido

fundamentalmente a que la estadística matemática se encontraba en una fase de conceptualización y desarrollo. Aún así, sentaron los primeros precedentes de los modernos trabajos econométricos.

Acompañando a esta corriente, los teóricos neoclásicos propugnaban la construcción en términos matemáticos de **modelos** abstractos que hicieran posible la simulación del comportamiento real de la economía, prescindiendo de aquellos aspectos irrelevantes al fenómeno estudiado. Esta idea la recoge Barber (1980):

«Los teóricos neoclásicos (...) en primer lugar, aislaban los nervios centrales del proceso económico para su inspección, y en segundo lugar, proporcionaban un patrón ideal con el que podían medirse los aspectos de la economía de carne y hueso. Este “modus operandi” se prestaba fácilmente al uso de las matemáticas en el análisis económico, en particular a la aplicación del cálculo diferencial (...). Este modo de argumentar elevó el rigor de la discusión económica, aventajando la argumentación lógicamente ajustada y coherente, aún a costa, a veces, de una pérdida de contacto con los problemas reales».

En este período, de la mano de autores como Walras, Wicksteed (1844-1927) y Wicksell (1851-1926), se extiende la hipótesis de maximización de beneficios de Cournot a través del desarrollo del concepto de función de producción.

Se asiste al desarrollo de la teoría de la demanda del consumidor a partir de la maximización de la utilidad bajo una restricción presupuestaria, algo que ya apuntaba Gossen (1810-1858), Jevons y Walras y que refinaría, en 1860, Marshall. Una deducción total de las propiedades de las funciones que maximizan la utilidad fue lograda posteriormente por Slutsky (1915) y por los estudios de Hicks y Allen (1934), Hotelling (1935), Georgescu-Roegen (1936) y Wold (1953).

Por su parte, es con Walras con quien se desarrolla el concepto de que los mercados están interrelacionados y, por tanto, el equilibrio de la economía está caracterizado por igualdades simultáneas de oferta y demanda. De hecho es el primero en formular un modelo de equilibrio general de precios e intercambios utilizando un sistema de ecuaciones. Sus contribuciones se centran además en la teoría de la empresa, junto con Wicksell y Wicksteed. Posteriormente, su discípulo y sucesor, Pareto extiende y desarrolla el concepto de mercados interrelacionados, argumentando junto con Walras la optimalidad del equilibrio competitivo. Más tarde, utilizó las curvas de indiferencia, cuyo origen se le atribuye a Edgeworth y posteriormente perfeccionadas por Fisher, para establecer su propia teoría del valor. Sentó también los fundamentos de la teoría de la producción, del equilibrio y de la utilización óptima de recursos.

Las pruebas de la existencia de un equilibrio económico fueron inicialmente desarrollados por aplicación de un teorema del punto fijo del tipo Brower o del tipo Kakutani. Ya en los últimos tiempos se han desarrollado algoritmos eficientes de naturaleza combinatoria que permiten el cómputo de un equilibrio económico aproximado.

Podemos decir que la culminación de este primer período tiene lugar con las aportaciones de Hicks (1946) -Premio Nobel en 1972 junto a Arrow- y Samuelson (1947) -Premio Nobel en 1970-. Ambos resumen la teoría recibida y desarrollan

nuevos conceptos. Con el primero se desarrolla el concepto de equilibrio temporal; el segundo incorpora a su trabajo la preferencia revelada y la estabilidad del equilibrio.

➤El **segundo período** (1948-1960) en la historia de la economía matemática, comienza en la postguerra. Se caracteriza básicamente por el uso de la **teoría de conjuntos** y de **modelos lineales**, así como el análisis matemático, la teoría de convexidad y los elementos topológicos que permiten consolidar el uso de la programación matemática. La utilización de la teoría de **conjuntos** supone mayor generalidad que la suposición clásica de funciones continuas con derivada continua, que pueden ser reemplazadas por funciones más generales.

Tras la formalización matemática sufrida por la teoría económica en la década de los 40 con los trabajos de Allais -Premio Nobel en 1988- y Samuelson, siguieron a su vez, notables trabajos debidos a Arrow y Debreu, éste último también premiado con el Nobel en 1983, ambos incansables y prolíficos contribuidores a la moderna economía teórica fundamentada en las matemáticas.

Resultan significativas las aportaciones de Arrow en 1951 en la axiomatización de la teoría de la elección social a partir de la teoría de conjuntos, y que a su vez proporcionan un esquema para estudiar la teoría del equilibrio general.

Por su parte, Arrow y Debreu (1954) e independientemente McKenzie (1954), se valen de las aproximaciones de la teoría de conjuntos para formular el problema de la existencia de un equilibrio competitivo.

Las aplicaciones en este período de los conceptos de la teoría de conjuntos a la teoría del equilibrio culminaron en el libro “Theory of Value” de Debreu (1959), un clásico con gran influencia y que en relación con este período, ha jugado un papel comparable al de las obras de Samuelson y Hicks en el período anterior.

En cuanto a la utilización de los **modelos lineales**, los sistemas de ecuaciones y de inecuaciones lineales reemplazan el uso del cálculo en derivadas parciales del período marginalista. En concreto, el **modelo Input-Output** debido a Leontief, como aplicación del álgebra matricial, fue concebido a principios de los años 40 con el objetivo de explicar, de manera lineal, las relaciones intersectoriales en una economía. Fue Leontief quien sentó las bases para analizar modelos lineales de producción que contenían actividades productivas interrelacionadas, desde un punto de vista macro y microeconómico, por todo lo cual se le concedió el Premio Nobel de Economía en 1973. Su seguidor Koopmans, también laureado con el Nobel en 1975, junto al matemático y economista ruso Kantorovich (1912-1986), destacó por sus estudios dentro del campo de la economía teórica sobre el análisis de actividades y asignación óptima de recursos escasos entre fines competitivos. Este estudio fundamentado en la teoría de programación lineal desarrollada por Dantzig (1949, 1951, 1963), encuentra su culminación en los libros ya clásicos de Dorfman, Samuelson y Solow (1958) y Gale (1960).

En este período asistimos también al desarrollo del modelo de crecimiento multisectorial de Von Neumann (1937), que ha jugado un importante papel en la teoría del equilibrio general y en la teoría del crecimiento.

Aunque a lo largo de este período, incluso hasta la actualidad, se haya desarrollado una gran variedad de modelos lineales, muchos investigadores han

encontrado relaciones no lineales en sus modelos. De aquí surge la necesidad de trabajar excluyendo esta hipótesis, sirviéndose una vez más del cálculo diferencial y, sobre todo, del análisis convexo como fundamento principal de la teoría de programación no lineal, acompañados de algunos elementos del análisis funcional y de la topología algebraica.

Esta época, a partir de finales de la década de los 40, supone el avance en las dos líneas principales de actuación, no independientes, del análisis económico-matemático: Su porción dedicada a la contrastación empírica (econometría) por una parte, y el desarrollo teórico (teoría económica) por otra, haciéndose patente, cada vez con mayor fuerza, la necesidad de la introducción de nuevas herramientas matemáticas.

La necesidad de predecir cuantitativamente y de manera fiable el devenir de un sistema económico, como por ejemplo, los efectos cuantitativos de medidas debidas a ciertas políticas económicas, llevó a los investigadores empíricos de esta área a introducir el elemento aleatorio en sus modelos. Para ello se basan, entre otros, en los desarrollos de la estadística matemática, el desarrollo de la teoría de la contrastación de hipótesis (1928-1935), debida a Neyman y Pearson, la teoría de la estimación de Fisher (1930) y los trabajos en la teoría de la decisión, cuya gran figura en este campo ha sido Wald (1902-1950). Para su formulación, estas teorías toman a su vez de las matemáticas, principalmente, el cálculo con funciones diferenciables, la teoría de la integración y el álgebra lineal, con el propósito de hacer más manejables los modelos que incluyen un elevado número de variables o datos referentes a éstas.

Todo esto ha llevado a que tras el primer tercio del siglo XX, una creciente variedad de autores se haya dedicado a la introducción de modelos estadísticos en economía. En este sentido, destaca la contribución de Frisch en sus estudios sobre optimización en modelos económicos, que por todas sus aportaciones recibió el Premio Nobel de Economía en 1969, junto con el holandés Tinbergen, pionero este último en la planificación y desarrollo con modelos macroeconómicos y cuya influencia se dejó notar en Klein y Haavelmo, Premios Nobel de Economía en 1980 y 1989 respectivamente. Sus contribuciones, entre otras, han permitido consolidar la econometría como rama diferenciada del análisis económico, tanto a nivel macro como microeconómico, que en su avance se ha beneficiado de la utilización de la informática y de los métodos numéricos en el tratamiento de datos.

Al mismo tiempo, los problemas con que se han encontrado los economistas en el desempeño de su labor (escasez de datos, teorías estadísticas insuficientes, desarrollo de ordenadores, programas informáticos y métodos numéricos eficientes en el tratamiento de datos, etc.) durante todo este período, han provocado la proliferación de diferentes modelos teóricos basados en el uso de las matemáticas, proporcionando un amplio abanico de nuevas direcciones investigadoras a su paso.

Partiendo del análisis de los modelos lineales, también se desarrolla en este período la **teoría de juegos**. Los desarrollos fundamentales de la misma tienen lugar con la obra de Von Neumann y Morgenstern "Teoría de Juegos y Comportamiento Económico", publicada en 1944. Ésta luego sería perfeccionada por otros investigadores como Nash, que en 1951 desarrolló un concepto de equilibrio que

ahora lleva su nombre, Harsanyi (ambos Premios Nobel en 1994), que más recientemente ha estudiado los juegos en los que los jugadores no están completamente informados o Stackelberg (1905-1946), que hizo destacadas aportaciones a la teoría de los mercados monopólicos. De hecho, la teoría de juegos es, a partir de la obra de Von Neumann y Morgenstern, uno de los principales instrumentos de análisis de la teoría económica en el estudio del oligopolio, que fue su principal fuente de inspiración y de otros aspectos en la teoría de la empresa y de la producción.

➤ Finalmente, el **tercer período** considerado, que va de 1961 hasta la actualidad se caracteriza por una corriente **integradora** en la que la economía matemática utiliza simultáneamente el **cálculo**, la **teoría de conjuntos**, los **modelos lineales** y otras nuevas técnicas matemáticas.

En general, podemos decir que en este período se van introduciendo mejoras en las hipótesis teóricas y/o empíricas de los modelos económicos -lo cual requiere de un instrumental matemático “más potente”- así como de mejoras en la precisión y rigor para adecuarse a la realidad (importancia del análisis cualitativo). Así mismo se pasa de una visión determinista y lineal al análisis de fenómenos económicos en situación de **riesgo y/o incertidumbre** y al estudio de **modelos no lineales**.

En este sentido, diversas aportaciones están resultando sumamente interesantes en la economía probabilística. De hecho, existen pocas dudas sobre la influencia decisiva de la incertidumbre en la conducta humana. A corto plazo, los agentes económicos operan en un entorno condicionado por fenómenos estocásticos y sus decisiones económicas son modificadas de acuerdo con ello. Por lo tanto, los determinantes subyacentes de la oferta y la demanda tienen componentes estocásticos y los precios relativos son variables aleatorias. Conceptos y teorías como las cadenas de Markov, los procesos estocásticos discretos y continuos, la teoría de colas e inventarios, los procesos bayesianos y la teoría matemática de la decisión son, entre otros, ya habituales en artículos y textos avanzados.

Otras aportaciones de este período giran en torno al análisis global, esto es, métodos matemáticos que combinan cálculo y topología y que se utilizan para el estudio de propiedades de los equilibrios en la economía y su variación con respecto a cambios en la economía subyacente. En este sentido, son relevantes las aportaciones de Debreu (1970).

Por otra parte, ciertos trabajos giran en torno a la teoría de la dualidad, como una aproximación a muchos aspectos de la teoría económica que combina técnicas de la teoría de conjuntos y del cálculo. Algunos trabajos relevantes en esta dirección son los de Diewert (1974) y Fuss y McFadden (1978).

Otras contribuciones se centran en la utilización de la teoría de la medida para caracterizar la distribución de las características de los agentes en una economía (Hildebrand, 1975) y la generalización del teorema de imposibilidad de Arrow (Fishburn, 1970).

También se han producido diversas aportaciones gracias a los trabajos, entre otros, de Morishima (1964), Drandakis (1966), Arrow y Hahn (1971) en torno al concepto de “equilibrio temporal”, introducido inicialmente por Hicks (1939).

Por su parte, la realización de experimentos, que constituye el centro de la actividad científica en las ciencias naturales y que se consideró tradicionalmente poco propio de la economía debido a la naturaleza efímera de sus datos, ha cobrado en los últimos 40 años un papel creciente como instrumento de análisis en la economía.

Así mismo, desde mediados de los años 60, la econometría progresa rápidamente como una especialidad de máximo prestigio y con amplio soporte financiero. A los esfuerzos previos por alcanzar una metodología estadística, se une una progresiva ampliación de la base de datos disponible, los adelantos permanentes en el campo de los ordenadores y una época de fuerte crecimiento económico que parece simbolizar el dominio de las herramientas técnicas de los economistas. Como es de suponer, no están ausentes las críticas (la propia fiabilidad de los modelos, las limitaciones intrínsecas de la metodología econométrica...).

Ya desde fines del siglo pasado, la incorporación progresiva de los procesos de innovación y de cambio tecnológico en el cuerpo del análisis económico y su colaboración para intentar unir las vertientes teórica y empírica viene siendo una constante.

Resulta curioso observar que cada vez es más amplia y especializada la variedad de temas en estudio. Así, en los últimos años, la concesión del Premio Nobel se ha hecho en temas relacionados con economía financiera, como son la valoración de opciones (Merton y Scholes, 1997), teoría económica de incentivos bajo información asimétrica (Mirless y Vickrey, 1996) o expectativas racionales (Lucas, 1995).

En la actualidad se comienza a hablar de economía de la complejidad, economía dinámica caótica, matemática de la incertidumbre, etc., en la búsqueda de un mejor conocimiento de los fenómenos económicos y una mayor adecuación a la realidad mutable que nos ha tocado vivir.

Los vertiginosos avances en la teoría de la computación están permitiendo que algunas teorías como la de las catástrofes y, más recientemente, la del caos, ofrezcan un fabuloso medio de exploración y modelización de la complejidad de la naturaleza en este tránsito al siglo XXI.

Está claro, pues, que la economía en su evolución ha establecido una simbiosis tremendamente fructífera y enriquecedora con las matemáticas.

Aún así, la economía sigue necesitando de un **impulso** continuado. A este respecto, Turnovsky (1991) afirma:

«Si ya resulta difícil hacer predicciones en economía, predecir su desarrollo en los próximos cien años es una labor desalentadora. Será fundamental el uso de métodos numéricos y de computación; serán imprescindibles hipótesis de no linealidad y de no estacionariedad(...) Yo confío en que la profesión esté bien situada para acometer este reto».

Lo que está claro es que la modelización de una realidad económica que se nutre de relaciones cada vez más complejas no puede ni podrá prescindir en el futuro de la incorporación continua de teorías, instrumentos y conceptos matemáticos que ayuden a ir respondiendo a los interrogantes que surgen y abriendo caminos hasta ahora inexplorados.

ALGUNAS PERSPECTIVAS DE LA INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA EN ECONOMÍA

Tal y como se ha comentado, es un hecho hoy que las revistas de economía están llenas de fórmulas y símbolos. Es el lenguaje simbólico que ha elegido la economía.

Ahora bien, su lectura, en general, exige familiarizarse con los procesos mentales de naturaleza matemática para favorecer la aparición de nuevas ideas, fruto de las aplicaciones en las que estamos interesados, aunque no necesariamente.

Para muchos matemáticos este proceso es tan natural que la investigación es para ellos un “gran” juego mental bien entendido. Esta cercanía entre el pensamiento matemático y el lúdico ha permitido desarrollar teorías profundas y eficaces en uno u otro campo. Es más, resulta difícil en ocasiones establecer una frontera clara entre el juego y la actividad científica (de Guzmán, 1994).

Un mismo problema puede abordarse con diferentes herramientas mentales y, frecuentemente, alguna es mucho más efectiva que las otras. El proceso que permite elegir el estilo de pensamiento que vamos a utilizar para resolver un problema exige familiarizarse con él, pensar en una forma de aplicar el supuesto estilo intentando jugar con diferentes elementos y recordando otros problemas semejantes o de características comunes. Esta etapa incluye una actividad consciente y otra subconsciente a la que se atribuye, por ejemplo, la “inspiración”.

La investigación para la economía precisa, si cabe, de un esfuerzo complementario respecto a lo que sería la matemática en sí misma. Los conceptos que se desarrollan deben ser reflejo de las necesidades concretas del campo económico que se desea entender, pero sin perder la abstracción y generalidad que caracteriza a las matemáticas. Todo ello exige el conocimiento de ambos campos en relación con el tipo de problemas que se desea resolver, dentro de una estructura dinámica que aglutine los elementos implicados.

En efecto, tal y como señalan Costa Reparaz y otros (1999), *«la utilización en ocasiones de un razonamiento “ajeno” al campo de aplicación puede generar ciertos peligros y muchas veces, más de las deseadas, contradicciones. De hecho, es importante tener en cuenta que incluso, los más simples y, aparentemente ingenuos, supuestos de carácter matemático pueden tener repercusiones en el campo de la teoría económica y, recíprocamente, simplificaciones de carácter económico pueden tener consecuencias matemáticas que invalidan todo o parte del razonamiento posterior»*.

En definitiva, puede afirmarse que los avances que, por sus propias necesidades, están provocando la ciencia económica y otras ciencias sociales hacen pensar en dos grandes parcelas de las matemáticas basadas en la experiencia anterior y la estructuración del conocimiento: por un lado, en la matemática cualitativa en cuanto al impulso de los modelos teóricos y, por otro, en el continuo desarrollo de métodos computacionales y numéricos para la parte más empírica.

Respecto a la primera, el debate que sugirió Thom (1991) con su teoría de las catástrofes, afecta a la propia concepción de las matemáticas con la vista puesta en

la biología y en la evolución de los seres vivos a través de conceptos elaborados por la topología y el álgebra, si bien hasta el momento no ha dado los frutos que se esperaban de ella.

Por su parte, el desarrollo de métodos computacionales en la segunda mitad de este siglo tiene un valor incuestionable.

Por citar ejemplos en dos grandes parcelas, se observa el predominio de la investigación en matemáticas para la economía utilizando programación matemática, teoría de juegos, series temporales y, en general, modelización dinámica de datos económicos.

Cabría citar, entre otras, las siguientes revistas especializadas: Journal of Banking and Finance, Journal of Econometrics, International Journal of Game Theory, Journal of Economic Theory, Economica, Kyklos, Journal of Time Series Analysis, Empirical Economics, Applied Statistics, Journal of Business and Economic Statistics, Spanish Economic Review, Revista de Economía Aplicada, Investigaciones Económicas...

No obstante, otras revistas como Journal of Economic Perspectives están al margen de la simbología matemática y, por ejemplo, Ecological Economics aunque posee pocos artículos que utilizan matemáticas, la tendencia a considerarlos es cada vez mayor. Mientras, en otras muchas se tratan temas tan diversos que sería injusto clasificarlas.

Es importante también diferenciar niveles en el uso de las matemáticas. Tres significativos, entre los que caben numerosas situaciones intermedias, serían:

- Un *primer nivel* de uso puramente descriptivo de datos económicos. Este es el principio de las matemáticas y un requisito indispensable en los estudios empíricos. Es además aconsejable puesto que pensamos mejor con el apoyo de imágenes (dibujo o esquema) que con el de palabras, números, símbolos y fórmulas solamente. No obstante, hay que intentar esquematizar sólo los datos relevantes, suprimiendo los superfluos, que pueden conducir a confusión. De esta forma, se resaltan relaciones importantes que clarifican la naturaleza de los datos y la modelización posterior de los mismos. En este primer paso, la experiencia es insustituible.

Aún así, dado el estado actual de la ciencia económica podríamos excluir del uso de las matemáticas los trabajos que utilizan sólo este primer nivel.

- Un *nivel intermedio* en el que se utilizan principios e ideas matemáticas ya conocidas para explicar algo “novedoso” en economía o, en realidad, sobre algún aspecto concreto de la economía. Puede decirse que una misma teoría matemática puede dar lugar a infinidad de nuevas investigaciones en economía sin más que intentar reflejar lo que ella nos dice de determinados datos que, a su vez, pueden motivar “pequeñas” o “grandes” modificaciones en la teoría aplicada.

No obstante, muchas veces la ejecución/lectura de estas investigaciones deja en los autores/lectores un estado de desazón motivado por la necesidad de una visión más global de la economía o al menos del sector económico en el que se encuentran los datos.

A este nivel podría pensarse que la ciencia económica se encuentra actualmente en la fase de experimentación para “entender sus datos”. De ahí la necesidad de disponer de grandes máquinas de trabajo y de grandes maestros que esperan formarse en el peor de los casos como reflejo de la física, biología, tecnología, ingeniería, etc., que en muchas facetas continúan también en la fase de experimentación.

El estudio de datos económicos a través de diferentes perspectivas sin conformarse con la obtención de una solución o modelización posible a través de una técnica concreta es, en definitiva, enriquecedora porque permite a la vez conocer mejor los datos y las técnicas aplicadas así como su alcance.

- Un *nivel superior* lo constituyen las investigaciones más teóricas en economía, que nada tienen que envidiar a la matemática más pura por su formalismo y rigor, amén de la simbología.

Precisamente, *The Economic Journal* dedica su número 108 (1998) a una reflexión sobre el uso del formalismo en economía, entre otros.

En estos momentos, quizá más que nunca y reflejo de situaciones pasadas más concretas, es interesante observar como muchas investigaciones se desarrollan paralelamente en matemática y economía, motivadas por las necesidades de una y otra, a las que podrían unirse sin dificultad otras ciencias, técnicas o sociológicas. Es el caso de la programación matemática, la teoría de juegos, la sistémica, la estadística teórica, aspectos de la informática, etc.

Muchos trabajos de investigación en teoría económica, economía financiera, economía de la empresa, econometría, etc. contienen teorías matemáticas de común interés en otras ciencias con métodos de cálculo eficaces en algún otro aspecto de la economía y tratados ahí por primera vez. Esto ha ocurrido más tradicionalmente en la física y la biología, cuyos autores fueron en muchas ocasiones pioneros de ideas y métodos matemáticos.

De todo ello, se deduce cada vez con mayor claridad la necesidad del trabajo de investigación aplicada (conjuntando experimentación y teorización) en equipos interdisciplinarios, ante la imposibilidad de abarcar información en tan variados campos. Será, en general, más fácil y enriquecedora la investigación en economía, si especialistas teóricos de diferentes ramas o ciencias están dispuestos a colaborar en programas conjuntos pues la combinación en una sola persona de todas las dimensiones posibles es cada vez más difícil a medida que se producen nuevos avances.

Será preciso además “optimizar” el tiempo de investigación evitando la repetición automática de procesos ya hechos por otros autores que carezcan de proyección y de nuevas ideas de interés.

CONSIDERACIONES FINALES

Tal y como se ha expuesto, las matemáticas, han jugado un papel **decisivo** en el desarrollo del pensamiento, en particular del económico, convirtiéndose en las últimas décadas en un instrumento de trabajo indispensable en la elaboración de

modelos teóricos capaces de explicar relaciones económicas cada vez más complejas.

El recorrido histórico de la ciencia económica dominado, a veces por la simplificación y la desintegración, el determinismo y el reduccionismo como consecuencia del estado del conocimiento en cada momento, hace pensar en la utilización de técnicas e instrumentos conceptuales cada vez más avanzados en consonancia con la complejidad indiscutible de la realidad económica. Pero parece lógico que, aún valorando positivamente las teorías más abstractas, debamos evitar un uso abusivo de sofisticados modelos matemáticos siempre que se manifiesten como una especie de “fuga técnica de la realidad” o contribuyan a propagar una visión deformada de la economía.

No cabe duda de que la economía sigue acusando los siglos de retraso que la separan de las ciencias de la naturaleza, de las que tomó algunos principios fundamentales. Puede afirmarse que, como todas las ciencias, en particular, la economía está en plena construcción, en permanente elaboración y en ella las teorías más aparentes se derrumban de cuando en cuando sin que haya respuesta para todo.

Por ello, la ciencia económica como cualquier otra necesita hoy, igual que siempre, un nuevo impulso que aporte nuevos caminos, nuevas ideas. En este sentido, quizá, la matemática tiene mucho que enseñar a la ciencia económica (por su experiencia) y esta última mucho que exigir a la primera (por sus nuevos y “jóvenes” problemas) a raíz de la observación de que la relación entre ambas se basa no tanto en que los resultados concretos que hoy se conocen en matemáticas tengan su análogo o no en la ciencia económica, sino en que la metodología que usa la matemática desde sus principios no es fundamentalmente distinta de la que vienen usando los economistas teóricos para resolver sus problemas.

El inconveniente principal puede radicar en el empeño de muchos economistas teóricos en resolver sus problemas a base de antiguos principios matemáticos o de comportamientos estáticos, muchos de los cuales surgieron en un momento dado para resolver problemas concretos de otras ciencias. Sus hipótesis, por tanto, son a veces demasiado limitadas y concretas (carentes de parámetros) para explicar a priori determinados procesos sociales y humanos.

Hoy, al igual que ayer, se nos presenta la tarea de someter constantemente las verdades admitidas a un análisis crítico sin concesiones. El principio fundamental del desarrollo científico consiste en dudar siempre de lo que se considera cierto, en estar siempre abierto a examinar favorablemente las ideas opuestas y a fomentar la investigación que pueda refutar las proposiciones en las que uno cree.

Sin duda, el futuro pertenecerá a aquéllos que sepan convertir la ciencia económica en el nexo entre la cultura científica y la humanística, intentando transmitir una actitud dirigida más a “buscar” que a “poseer”.

AGRADECIMIENTOS

Queremos expresar nuestra gratitud a los evaluadores por sus comentarios y sugerencias, que sin duda han servido para mejorar la versión original del trabajo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Allais, M. (1954): "Puissance et Dangers de L'utilisation de l'outil Mathématique en Économique". *Econometrica*, 22, pp 58-71.

Arrow, K. J. e Intriligator, M. D. (1989): *Handbook of Mathematical Economics*. Vols. 1-3. North Holland. Amsterdam.

Barber, W.J. (1980): *Historia del pensamiento económico*. Alianza Editorial.

Bunch, B. H. (1987): *Matemática insólita. Paradojas y paralogismos*. Editorial Reverté. Barcelona.

Costa Reparaz, E. y otros (1999): "Ideología y Matemáticas". Actas de las VII Jornadas de ASEPUMA. Septiembre.Valencia. pp 201-208.

De Guzmán, M. (1994): *Para pensar mejor. Desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos*. Ediciones Pirámide. Madrid.

Dou, A. (1974): *Fundamentos de la Matemática*. Labor.

Dunham, W. (1995): *El universo de las matemáticas. Un recorrido alfabético por los grandes teoremas, enigmas y controversias*. Editorial Pirámide. Madrid.

Koopmans, T. C. (1980): *Tres Ensayos sobre el Estado de la Ciencia Económica*. Bosch. Barcelona.

Lancaster, K. (1972): *Economía Matemática*. Bosch. Barcelona.

Leontief, W. (1993): "Can Economics be reconstructed as an Empirical Science?". *American of Agricultural Economic*. Vol. 75.

Mataix Lorda, M. (1987): *Problemas para no dormir*. Marcombo. Barcelona.

Mirowski, P. (1991): "The When, The How and the Why of Mathematical Expressions in the History of Economic Analysis". *Journal of Economic Perspectives*. Vol. 5. Nº 1, pp 145-157.

Perelmán, V.(1979): *Matemáticas recreativas*. Editorial Mir. Moscú.

Santaló, L. A. (1994): *La Matemática: una filosofía y una técnica*. Ediciones Ariel.

Szenberg, M. (Editor) (1994): *Grandes economistas de hoy*. Editorial Debate. Madrid.

Thom, R. (1991): *Prédire n'est pas expliquer*. Editions Eshel.

Turnovsky, S. J. (1991): "The Next Hundred Years", *The Economic Journal*. Vol. 101, Enero, pp 142-148.

Vallejo-Nágera, A. (1998): *¿Odias las Matemáticas?*. Ediciones Martínez Roca. Barcelona.