La teoria de la verdad de Alfred Tarski

PASCUAL F. MARTÍNEZ-FREIRE
Universidad de Málaga

RESUMEN

La teoría de la verdad de Tarski se presenta de modo claro y sucinto. Tras la discusión del alcance de esta teoría, se examinan las condiciones de verdad (en particular el esquema T) y se despliega la definición de la verdad, basada en el análisis de la noción de satisfacción. Se añaden un par de observaciones finales.

PALABRAS CLAVE

VERDAD–TARSKI–ESQUEMA–T-SATISFACCIÓN

ABSTRACT

Tarski´s theory of truth is presented in a clear and brief way. After the discussion of the scope of this theory, the conditions of truth (in particular T-schema) are surveyed and the definition of truth is developed, based in an analysis of the notion of satisfaction. A couple of concluding remarks are included.

KEYWORDS

TRUTH–TARSKI–T-SCHEMA–SATISFACTION

I. CARACTERÍSTICAS INICIALES Y ALCANCE DE LA TEORÍA DE LA VERDAD DE TARSKI

LA APORTACIÓN SEMÁNTICA principal y más difundida de Alfred Tarski (1901-1983) es su teoría de la verdad. Tal teoría aparece expuesta en su artículo de 1936 titulado «Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen», que es una versión alemana corregida de otro artículo publicado en polaco en 1933 y que, en razón del idioma empleado, pasó casi desapercibido. De todas formas, la teoría de la verdad de Tarski se remonta a 1931 cuando fué presentada en la

© *Contrastes. Revista Interdisciplinar de Filosofía*, vol. V (2000), pp. 97-109. ISSN: 1136-4076
Sección de Filosofía, Universidad de Málaga, Facultad de Filosofía y Letras
Campus de Teatinos, E-29071 Málaga (España)

Sociedad de Letras y Ciencias de Varsovia. Otro trabajo importante de Tarski sobre la teoría de la verdad es su artículo de 1944 titulado «The semantic conception of truth and the foundations of semantics», publicado cuando el autor ya se había incorporado al Departamento de Matemáticas de la Universidad de California en Berkeley, y en donde resume sus doctrinas y contesta a diversas objeciones.

En general, puede decirse que las teorías de la verdad se distribuyen en tres tipos principales: teorías de la coherencia, teorías pragmatistas y teorías de la correspondencia. Para una teoría de la coherencia, como la del idealista Francis Herbert Bradley (1846-1924) o más recientemente Nicholas Rescher, un enunciado es verdadero cuando es consistente o coherente con los otros enunciados del sistema al cual pertenece; lo que importa aquí son las relaciones de coherencia entre los enunciados de un conjunto dado o elegido. A su vez, para una teoría pragmatista, como las de los pragmatistas William James (1842-1910) o John Dewey (1859-1952), un enunciado es verdadero cuando es conveniente o útil para una acción; lo importante aquí es la relación de conveniencia entre enunciado teórico y praxis. Finalmente, para una teoría de la correspondencia, como la de Aristóteles (384-322 antes de Cristo) o más próximo a nosotros Bertrand Russell (1872-1970), se dice que un enunciado es verdadero cuando corresponde a lo que realmente es u ocurre; lo relevante ahora es la relación de adecuación entre lenguaje y realidad.

La teoría de la verdad de Tarski se enmarca en el tipo de las teorías de la correspondencia, en cuanto pretende dar razón de las intuiciones de Aristóteles al respecto, pero al mismo tiempo intenta proporcionar una explicación técnica y detallada de la verdad en el contexto especificable de los lenguajes formalizados.

Para empezar, y al comienzo de su trabajo de 1944, Tarski precisa a qué se aplica el predicado «verdadero». Tal predicado puede aplicarse o bien a fenómenos psicológicos, como juicios o creencias, o bien a ciertos objetos físicos, como las expresiones lingüísticas y en particular los enunciados, o bien a ciertas entidades ideales llamadas «proposiciones». (En este punto debemos recordar que el término inglés «proposition» es empleado frecuentemente entre los filósofos para indicar el correlato mental o ideal, según los casos, de un enunciado o sentencia; es decir, mientras que el enunciado es lo dicho o escrito la proposición es lo pensado que corresponde al enunciado). Pues bien, Tarski aplica el predicado «verdadero» a los enunciados, y entiende por tales las oraciones indicativas del gramático; quedan fuera pues los juicios y creencias psicológicos así como las proposiciones ideales.

Pero Tarski añade prudentemente dos precisiones. En primer lugar, la noción de verdad, al igual que la de enunciado, se referirá a un lenguaje determinado, ya que un enunciado verdadero en un lenguaje puede ser falso en otro;

esto es, cabe precisar, no se definirá «verdadero» en absoluto, sino «verdadero en el lenguaje L». En segundo lugar, el interés inicial por la noción de verdad de los enunciados no excluye la posibilidad de una extensión ulterior de esta noción a otras categorías de objetos; es decir, Tarski deja abierta la investigación semántica a los juicios psicológicos y a las proposiciones ideales.

Asimismo, nuestro autor deja bien clara cuál es la base filosófica de su discusión, a saber, la concepción clásica aristotélica de la verdad. En particular, desea que su definición de la verdad haga justicia a las intuiciones expresadas por Aristóteles en su bien conocida frase de la *Metafísica* (1011 b 26 y ss.): «decir de lo que es que no es o de lo que no es que es, es falso, mientras que decir de lo que es que es y de lo que no es que no es, es verdadero». Tarski reformula la concepción aristotélica en los siguientes términos: la verdad de un enunciado consiste en su acuerdo (o su correspondencia) con la realidad. Pero inmediatamente añade que esto no puede considerarse como una definición satisfactoria de la verdad y que interesa buscar una expresión más precisa de las intuiciones aristotélicas.

En cuanto al alcance de la teoría de la verdad de Tarski, tanto en su trabajo de 1936 como en el de 1944, nuestro autor piensa que su teoría no es fácilmente aplicable a los lenguajes naturales (es decir, a los lenguajes «hablados», como el español o el inglés). Y ello sobre todo por dos razones: el carácter semánticamente cerrado de cualquier lenguaje natural y su ambigüedad.

Tarski es uno de los primeros autores que desarrolla y explota a fondo la distinción entre lenguaje-objeto y metalenguaje, que había establecido Bertrand Russell, en 1922, en su introducción a la versión inglesa que constituyó el *Tractatus logico-philosophicus* de Wittgenstein. Para el filósofo polaco es una idea básica que la definición de la verdad que busca concierne a los enunciados de un lenguaje-objeto pero se construye en su correspondiente metalenguaje. Ahora bien, los lenguajes naturales contienen habitualmente sin distinción tanto expresiones como los nombres de esas expresiones e incluso términos semánticos (de tipo metalingüístico) como las palabras «designa» o «verdadero». Por ejemplo, podemos añadir, cabe decir: es curioso que en español curioso también quiere decir limpio; aquí manejamos sin distinción la palabra «curioso» en niveles lingüísticos distintos. Por tanto, el lenguaje natural es un lenguaje «semánticamente cerrado», y no constituye un lenguaje abierto al establecimiento de una jerarquía de lenguajes. Este carácter cerrado del lenguaje natural también es denominado «universalismo» por Tarski, quien concluye que la posibilidad misma de emplear con coherencia, de acuerdo tanto con los principios de la lógica como con el espíritu del lenguaje cotidiano, la expresión «enunciado verdadero», y por tanto la posibilidad de construir una definición correcta de esa expresión, parece fuertemente puesta en duda.

Pero las dudas y recelos de Tarski sobre la posibilidad de definir la verdad para un lenguaje natural tienen aún otra razón: la ambigüedad del lenguaje natural o, más exactamente, su carácter no especificable. Para poder definir la verdad de los enunciados de un lenguaje, éste debe estar perfectamente especificado, es decir, tenemos que determinar, entre otras cosas, qué expresiones están dotadas de sentido, cuáles son los términos primitivos o indefinidos, cuáles son los enunciados primeros o axiomas, etc. Sin embargo, el lenguaje natural no admite facilmente tal especificación. Por ello, en su trabajo de 1944, Tarski llega a concluir que el problema de la definición de la verdad no obtiene un sentido preciso y no puede ser resuelto de una manera rigurosa más que para los lenguajes cuya estructura ha sido rigurosamente especificada. Para otros lenguajes, en primer lugar para los lenguajes naturales, «hablados», el sentido de este problema es más o menos vago y sus soluciones no pueden tener sino un carácter aproximado.

En suma, la definición de la verdad que vamos a exponer y comentar se aplica directamente, como reza el título del artículo de Tarski de 1936, a los lenguajes formalizados, y sólo se aplica a los lenguajes naturales en la medida en que sean susceptibles de ser formalizados, o bien, podemos añadir, siguiendo ciertos criterios de analogía.

II. LAS CONDICIONES DE LA TEORÍA DE LA VERDAD

Al comienzo de su trabajo de 1944, Tarski explicita que previamente al establecimiento de la definición de la verdad deben señalarse dos condiciones necesarias para el éxito de cualquier definición de la verdad. Estas condiciones son la adecuación material y la corrección formal. La primera atiende al contenido de tal definición mientras que la segunda atiende a su forma.

La condición de adecuación material, tal como aparece en el trabajo de 1936, estipula que cualquier definición aceptable de la verdad debe tener como consecuencias suyas todas las instancias o casos del siguiente esquema general:

(T) x es un enunciado verdadero si y solamente si p

Tal esquema se llama T por ser condición de la verdad (*truth* en inglés). El propio Tarski explica este esquema general señalando que el símbolo p está por un enunciado cualquiera mientras que el símbolo x está por un nombre singular de ese enunciado cualquiera. Por tanto una instancia o caso de (T), que debe ser consecuencia de la definición de la verdad, sería la siguiente expresión:

«nieva» es un enunciado verdadero si y solamente si nieva

En efecto, p ha sido sustituído por el enunciado que dice nieva mientras que x ha sido sustituído por el nombre de tal enunciado, es decir, «nieva». En este punto debemos recordar que en lógica (desde Frege) se construye el nombre de una expresión poniéndola entre comillas, con lo que pasa de ser usada a ser mencionada.

Por otra parte, resulta claro en el esquema que mientras p pertenece al lenguaje-objeto en cambio x pertenece a su metalenguaje. Ello quiere decir que Tarski es perfectamente consciente de que el predicado «verdadero» es metalingüístico.

A veces se ha considerado erróneamente que el esquema general (T) es una definición de la verdad, y no meramente su condición de adecuación material. Así, por ejemplo, Juhos, en «The truth of empirical statements» (1937), incurre en tal confusión. Tarski responde explícitamente a este autor, en «The semantic conception of truth» (1944), poniendo de relieve que en el esquema la expresión «si y solamente si» no expresa relaciones entre enunciados. Podemos añadir que, de hecho, tal expresión relaciona un enunciado y la atribución de verdad a ese enunciado.

En cambio, Tarski acepta que cada instancia o caso del esquema (T) es una definición parcial de la verdad, en el sentido de que señala en qué consiste la verdad del enunciado que aparece en el caso. Por ejemplo:

«la nieve es blanca» es verdadero si y solamente si la nieve es blanca

señala la verdad del enunciado «la nieve es blanca», aunque no sea una definición general de la verdad.

Tarski apunta que, en principio, tal definición general podría obtenerse mediante la conjunción lógica de todos los casos o instancias de (T). Sin embargo, podemos añadir, como el número de enunciados es infinito también es infinito el número de instancias de (T), con lo que no podemos tener una auténtica definición mediante la citada conjunción lógica, ya que el *definiens* sería ilimitado.

En «Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen» (1936), Tarski también se plantea obtener una definición general de la verdad por medio de la generalización expresa del esquema (T). Tal definición sería:

para todo p, «p» es un enunciado verdadero si y solamente si p

Nuestro autor señala aquí dificultades y peligros relativos al uso de las comillas. Por nuestra parte, cabe destacar que esa definición propuesta satisface aparentemente la condición de adecuación material, ya que todas las instancias de (T) serían instancias suyas al aplicar la regla de determinación de la lógica de predicados a esa supuesta definición de la verdad. (En efecto, por determinación podemos pasar de $\forall$ P(x) a P(a)). Sin embargo, podemos apreciar que tal generalización del esquema (T) es incorrecta al igual que cualquier aplicación, a esa generalización, de la regla de determinación de la lógica de predicados. En efecto, la variable *p* de la expresión cuantificacional «para todo *p*» no puede cuantificar tanto a *p* como a su nombre «*p*», ya que mientras *p* es una variable, susceptible de cuantificación, en cambio su nombre «*p*» es un término singular, no susceptible de cuantificación.

En suma, el esquema general (T) no es ni puede generar una definición general de la verdad, aunque establece una condición necesaria que debe satisfacer cualquier definición de la verdad. En particular, tal como insiste Susan Haack, en *Philosophy of Logics* (1978), el esquema (T) excluye aquellas teorías de la verdad que no aceptan el principio de bivalencia, es decir, el principio lógico según el cual cualquier enunciado o es verdadero o es falso. En efecto, si *p* no es verdadero ni falso, en el esquema

«*p*» es un enunciado verdadero si y solamente si *p*

la parte izquierda del bicondicional será falsa mientras que la parte derecha no es ni verdadera ni falsa, con lo que el bicondicional entero (el esquema) no puede ser verdadero (para ello ambas partes deberían ser verdaderas o falsas).

Tras haber considerado la primera condición necesaria, según Tarski, para el éxito de cualquier definición de la verdad, nos corresponde ver la segunda condición necesaria, a saber, la corrección formal. Se trata de algo más complejo, pero que puede reducirse en lo esencial a dos exigencias: la distinción clara entre lenguaje y metalenguaje, y la especificación rigurosa de las categorías lingüísticas en cada nivel.

La distinción entre lenguaje y metalenguaje permite que manejemos un sistema lingüístico abierto (y no semánticamente cerrado, como es el lenguaje natural), con lo cual no se producen las paradojas semánticas. La más conocida de tales paradojas es la del mentiroso o del cretense (atribuída a Eubúlides de Mileto, del siglo IV antes de Cristo), la cual podemos formular así: un cretense dice que miente, si dice la verdad al decir que miente entonces miente, y si miente al decir que miente entonces dice la verdad, con lo que se concluye que miente al decir la verdad y dice la verdad al mentir.

Tal paradoja puede evitarse distinguiendo entre el lenguaje-objeto O y su metalenguaje M. Puestas así las cosas, tenemos que el enunciado que dice que el cretense miente y el enunciado que dice que el cretense no miente pertenecen al lenguaje-objeto O; en cambio, los enunciados que dicen que «miente» es verdadero o es falso pertenecen al metalenguaje M. Podemos ahora reformular el contenido de la paradoja de modo que no exista contradicción:

si «miente» es verdadero, entonces miente
si «miente» es falso, entonces no miente.

A su vez, la especificación de las categorías lingüísticas en cada nivel supone, en primer lugar, la explicitación de los elementos básicos. En particular deben indicarse: 1) los términos indefinidos o primitivos, esto es, palabras que usaremos sin definirlas, 2) las reglas de definición, que nos permiten introducir términos nuevos o definidos, 3) las reglas de formación de enunciados, que constituyen criterios para identificar los enunciados del lenguaje, 4) los axiomas o enunciados primeros, es decir, enunciados que aseveramos sin probarlos, y 5) reglas de inferencia o prueba, por medio de las cuales podemos deducir nuevos enunciados. En segundo lugar, la especificación de categorías lingüísticas exige que el metalenguaje M disponga de la potencia expresiva suficiente para poder referirse al lenguaje-objeto O; en especial, debe disponer de recursos para nombrar las entidades del lenguaje-objeto y para expresar las nociones semánticas, tales como «satisface» y «verdadero».

III. LA DEFINICIÓN TARSKIANA DE LA VERDAD

La definición de la verdad ofrecida por Tarski tiene como nota distintiva su apoyo en la noción previa de satisfacción de un enunciado por una secuencia de objetos. Por otra parte, nuestro autor elige para definir la verdad el lenguaje del cálculo de clases. Sin embargo, y siguiendo a Willard Van Orman Quine, tal como lo hace en *Philosophy of Logic* (1970), recurriremos al lenguaje de la lógica de predicados para realizar la presentación de tal definición. Esto no debe sorprender, ya que la relación entre lógica de clases y lógica de predicados es estrecha, en la medida en que a toda clase corresponde un predicado que la caracteriza y a todo predicado corresponde una clase en la cual se extiende; así, por ejemplo, el enunciado «Juan es alto» puede simbolizarse mediante «F(a)», pero también mediante «$a\varepsilon F$».

El lenguaje de lógica de predicados que vamos a considerar consta de los siguientes términos primitivos: 1) variables argumentales: x_1, x_2, x_3, etc. 2) variables predicativas: f, g, h, etc. tales que cada una tiene un número determinado de argumentos, 3) operadores enunciativos: $\neg$ y $\wedge$, 4) el cuantificador existencial: $\exists$, y 5) paréntesis como signos auxiliares.

En este vocabulario no aparecen parámetros o variables de términos singulares, tales como a, b, c, etc., lo cual es una cuestión de hecho, pero puede además justificarse en cuanto que, como muestra Willard Quine en *Methods of Logic* (1950), los términos singulares son eliminables.

Recurriendo a este vocabulario podemos definir los restantes operadores enunciativos, ya que el negador y el conjuntor constituyen un conjunto adecuado para expresar cualquier función enunciativa; y asimismo podemos definir el cuantificador universal (por ejemplo: $\forall x_n\, f(x_n) = df \neg \exists x_n \neg f(x_n)$).

La presencia de cuantificadores en este lenguaje nos obliga a distinguir entre enunciados abiertos y enunciados cerrados. Un enunciado abierto es aquél que posee al menos una instancia de variable argumental libre; por ejemplo, son enunciados abiertos: $f(x_1)$, $\exists x_1 (f(x_1) \wedge g(x_2))$. En cambio, un enunciado es cerrado cuando no tiene ninguna instancia de variable argumental libre; por ejemplo: $\exists x_1 (f(x_1) \wedge g(x_1))$.

Este es un punto crucial, ya que un enunciado abierto no es propiamente verdadero o falso, sino que es satisfecho o no por algún objeto. En efecto, «$f(x_1)$» no es sin más verdadero o falso. Para una interpretación tal que su dominio sea el conjunto de los números naturales y la variable «f» se interprete como «es par», entonces «$f(x_1)$» es verdadero unas veces pero falso otras veces; por ejemplo, es verdadero si «x_1» se interpreta como 2 o bien 4, pero es falso si se interpreta como 3 o bien 5. Por ello, en vez de decir que es verdadero o falso se dice que es o no satisfecho por algún objeto.

LLegamos así a la noción de satisfacción de un enunciado, que es previa a la definición de verdad de un enunciado.

Para aclarar la noción de satisfacción vamos a abandonar temporalmente el lenguaje estricto de lógica de predicados que estábamos considerando y vamos a considerar un lenguaje natural con variables libres. Tenemos ahora como casos de enunciados abiertos los siguientes ejemplos: x_1 es socialista, x_1 conquistó x_2, x_1 está situada entre x_2 y x_3, etc. El primer enunciado es satisfecho por el objeto Felipe González, pero en cambio no es satisfecho por el objeto Manuel Fraga; el segundo enunciado, a su vez, es satisfecho por el par de objetos Pizarro, Perú, aunque no lo es por el par Perú, Pizarro (con lo cual adelantamos que el orden de los objetos es relevante); y el tercer enunciado es satisfecho por el trío de objetos Madrid, Santander, Málaga.

La satisfacción de enunciados por objetos se fija al establecer que, más precisamente, se trata de satisfacción por una secuencia (o sucesión) de objetos. Una secuencia es una ordenación de objetos, llamados términos de la secuencia, de tal manera que un mismo objeto puede aparecer varias veces y no es indiferente el orden de presentación de los objetos. Al anotar los términos de una secuencia se escriben entre corchetes. Ejemplos de secuencias son: < Felipe González >, < Málaga, Madrid, Ceuta >, < 3, 2, 1 ,1 >, etc. Por otro lado, decimos que una secuencia s es la misma que una secuencia s´ si y sólo si ambas tienen igual número de términos y además el primer término de s es el mismo que el primer término de s´, el segundo de s es el mismo que el segundo de s´, y así de manera sucesiva hasta el último término; por ejemplo, las secuencias < 4, 5, 6 > y < 6, 5, 4 > son distintas.

Volviendo al lenguaje de predicados que estábamos considerando, debe observarse que los enunciados abiertos pueden tener cualquier número de instancias de variables libres. Entonces, para la satisfacción de un enunciado por una secuencia, se adopta la importante convención de hacer corresponder a x_1 el primer término de la secuencia, a x_2 el segundo término, a x_3 el tercero, y así sucesivamente. Ello supone que el número de términos de la secuencia debe de ser igual o mayor que el subíndice más alto de las variables argumentales del enunciado. Si fuese menor tendríamos alguna variable a la que no corresponde un término de la secuencia. Si es mayor entonces tendremos términos sobrantes que se ignoran.

Supongamos el enunciado abierto «$g(x_1, x_4)$» y la secuencia $< 1, 3, 4 >$; en este caso nada podemos decir de la satisfacción de tal enunciado por tal secuencia (ya que el número de términos es tres y el subíndice mayor es cuatro). Supongamos ese mismo enunciado abierto, donde la variable predicativa «g» se interpreta como el predicado «mayor que», y la nueva secuencia $< 10, 9, 8, 7, 6 >$; en este caso el enunciado es satisfecho por tal secuencia (ya que 10, que corresponde a x_1, es mayor que 7, que a su vez corresponde a x_4).

En el lenguaje de predicados que estamos considerando un enunciado atómico (esto es, que no se descompone en otro u otros enunciados) es una expresión que consta de una variable predicativa n-ádica seguida de n variables argumentales. Por ejemplo, son enunciados atómicos: $f(x_3)$, $g(x_1, x_2)$, $h(x_4, x_5, x_{10})$, etc.

Entonces las reglas de formación de enunciados de nuestro lenguaje de predicados son: 1) todos los enunciados atómicos son fórmulas bien formadas, 2) si A es una fórmula bien formada, entonces $\neg A$ también es una fórmula bien formada, 3) si A y B son fórmulas bien formadas, $A \wedge B$ también es una fórmula bien formada, 4) si A está bien formada, $\exists x_i\, A$ (donde i es un subíndice cualquiera) también está bien formada, y 5) ninguna otra expresión es una fórmula bien formada.

Tarski establece las tres condiciones de satisfacción siguientes. La negación de un enunciado A (abierto o no) será satisfecha por aquellas secuencias que no satisfacen a A. Por otra parte, la conjunción de A y B (abiertos o no) será satisfecha por aquellas secuencias que satisfacen tanto a A como a B. Finalmente, la cuantificación existencial de un enunciado abierto será satisfecha por una secuencia sólo en el caso de que haya alguna otra secuencia tal que difiera de la primera en a lo sumo el i-ésimo término (siendo i el subíndice de la variable ligada por el cuantificador) y que además satisfaga el enunciado abierto resultante al precindir del cuantificador.

Este caso de la cuantificación existencial requiere una explicación. Dada la cuantificación semisimbólica «$\exists x_1$ (x_1 está situada entre x_2 y x_3)», es satisfecha por la secuencia < Vigo, Málaga, Santander >; en efecto, hay otra secuencia, < Madrid, Málaga, Santander >, tal que difiere de la anterior en el primer término (siendo 1 el subíndice de la variable ligada) y que además satisface el enunciado abierto «x_1 está situada entre x_2 y x_3».

La noción de satisfacción puede definirse de modo completo y formal como sigue. Sean s y s´ secuencias de objetos, sean A y B enunciados de nuestro lenguaje de predicados en consideración, y sea s_i el i-ésimo término de la secuencia s.

Entonces la satisfacción puede definirse para los enunciados atómicos (que son abiertos) dando una cláusula para cada tipo de variable predicativa, empezando por el tipo monádico o de un argumento:

1.1) Para variables predicativas monádicas: para cualquier i y cualquier s, s satisface «$f(x_i)$» si y sólo si s_i es f (tiene la propiedad f); análoga definición tendremos para cualquier otra variable predicativa monádica.
1.2) Para variables predicativas diádicas: para cualesquiera i y j, para cualquier s, s satisface «$f(x_i, x_j)$» si y sólo si s_i y s_j tienen la relación f; análoga definición se establece para cualquier otra variable predicativa diádica.

De esta manera seguirán las cláusulas hasta agotar todos los tipos de variables predicativas.

A continuación se define la satisfacción para enunciados no-atómicos (y previsiblemente abiertos):

2) Para cualquier s y cualquier A, s satisface $\neg A$ si y sólo si s no satisface A.
3) Para cualquier s y cualesquiera A y B, s satisface $A \wedge B$ si y sólo si s satisface A y s satisface también B.
4) Para cualquier i, cualquier s y cualquier A, s satisface $\exists x_i\, A$ si y sólo si hay una secuencia s´ tal que $s_j = s'_j$ para todo j distinto de i y además s´ satisface A.

Hasta aquí hemos acabado de definir la satisfacción de los distintos tipos de enunciados abiertos, o posiblemente abiertos, del lenguaje de predicados que estamos considerando. ¿Qué ocurre entonces con los enunciados cerrados? Para los enunciados cerrados, esto es, tales que no poseen variables libres, se establece precisamente la noción de verdad, tal como sigue:

5) Un enunciado cerrado es verdadero si y sólo si es satisfecho por todas las secuencias.

Por ejemplo, el enunciado semisimbólico cerrado «$\exists x_i$ x_i es socialista» es verdadero, ya que cualquier secuencia lo satisface. En efecto, elijamos la secuencia s que elijamos existe siempre una secuencia s´, pongamos por caso < Felipe González, ... >, tal que a lo sumo difiere de s en el primer término y satisface el enunciado «x_i es socialista». (En la secuencia citada los puntos suspensivos indican que pueden seguir los objetos que se quiera idénticos a los objetos de la secuencia s en consideración).

Ahora bien, debe quedar claro que mientras la simple satisfacción se refiere a los enunciados abiertos (o posiblemente abiertos), en cambio la verdad (es decir, satisfacción por toda secuencia) se refiere aquí a los enunciados cerrados. En el primer caso el enunciado abierto es satisfecho por ciertas secuencias y no es satisfecho por otras, mientras que en el segundo caso el enunciado cerrado o bien es satisfecho por todas las secuencias (y entonces es verdadero) o bien no es satisfecho por ninguna secuencia (y entonces es falso).

Debemos aclarar este último punto. Efectivamente cualquier enunciado cerrado es satisfecho por todas las secuencias o por ninguna, pero no puede ser satisfecho por unas secuencias y por otras secuencias no. Para verlo consideremos los tres casos posibles, en el lenguaje de predicados que hemos elegido, de enunciado cerrado: cuantificación existencial, negación de cuantificación existencial y conjunción de cuantificaciones existenciales.

En el primer caso de enunciado cerrado, tal como acabamos de ver en el ejemplo de enunciado verdadero, si existe una secuencia s´ que satisfaga la matriz o expresión cuantificada, entonces cualquier secuencia s (relacionada con s´ como se dijo) satisface el enunciado, y si no existe tal secuencia s´ (en nuestro ejemplo, si no existe ningún objeto que sea socialista) entonces ninguna secuencia satisface el enunciado. En el caso de negación de cuantificación existencial, será satisfecha por una secuencia si y sólo si el enunciado negado (que es una cuantificación existencial) no es satisfecho por esa secuencia, con lo que o será satisfecho por toda secuencia o por ninguna, según la cuantificación no sea satisfecha por ninguna o por todas. Y en el caso de conjunción de cuantificaciones existenciales, será satisfecha por una secuencia si y sólo si todos los miembros de la conjunción son satisfechos por esa secuencia, pero como tales miembros son cuantificaciones existenciales también ocurrirá que la conjunción o bien es satisfecha por toda secuencia o por ninguna.

En suma, la verdad, según esta caracterización tarskiana, no es simple satisfacción sino satisfacción por toda secuencia, mientras que en cambio la falsedad es no satisfacción por ninguna secuencia.

Ahora bien, así como debemos distinguir la simple satisfacción de la verdad, también tenemos que distinguir la verdad de la validez lógica. En efecto, un enunciado cerrado tal como «$\neg \exists x_1(f(x_1) \wedge \neg f(x_1))$» no sólo es verdadero, sino además lógicamente válido. Un enunciado cerrado es verdadero cuando ocurre que es satisfecho por todas las secuencias para una interpretación dada, con lo que debemos tener en cuenta una cierta interpretación. Así, por ejemplo,

«$\exists x_1(f(x_1) \wedge g(x_1))$» es verdadero cuando interpretamos «f» como «es hombre» y «g» como «es mortal», ya que en ese caso para toda secuencia s existe la secuencia s´ < Sócrates, ...>, tal que satisface «x_1 es hombre y x_1 es mortal». Pero, a su vez, cuando se trata de un enunciado lógicamente válido, tal como el anterior, resulta que es verdadero para toda interpretación; en efecto, ese enunciado viene a decirnos que no existe una entidad tal que tenga y no tenga una misma propiedad, sea cual sea esta propiedad, es decir, para cualquier interpretación.

Por tanto, mientras la verdad es relativa a una interpretación, la validez lógica es verdad para toda interpretación.

IV. OBSERVACIONES FINALES

Mi intención al escribir las páginas que anteceden ha sido presentar, de modo sencillo y claro, la teoría de la verdad de Tarski, utilizando su versión en lógica de predicados (siguiendo a Quine) y añadiendo algunas aclaraciones y comentarios personales. Quisiera terminar con un par de observaciones evaluadoras.

En primer lugar, resulta claro que la teoría tarskiana de la verdad es solidaria de una interpretación objetual de las variables argumentativas de los enunciados, puesto que los enunciados son satisfechos o no por secuencias de objetos y los enunciados verdaderos son satisfechos por toda secuencia de objetos para cierta interpretación.

Esta interpretación objetual parece suponer que hay objetos y, en esa medida, parece solidaria con una postura realista. Pero tal realismo es simplemente un realismo semántico, que defiende que hay objetos que pueden ser denotados, sin compromiso ontológico con la existencia real de tales objetos. El propio Tarski, en «The semantic conception of truth» (1944), nos dice que la concepción semántica de la verdad es compatible con el realismo ingenuo, el realismo crítico o el idealismo, ya que tal concepción es neutra en relación a estas actitudes.

La teoría tarskiana de la verdad es, sin duda alguna, una teoría de la correspondencia, entre lenguaje y realidad, pero queda sin determinar la naturaleza exacta de tal realidad.

En concreto, esta teoría de la verdad es compatible con la defensa al mismo tiempo del realismo ontológico (hay un mundo externo a la representacion) y del idealismo epistemológico (las representaciones son construcciones de la mente humana), tal como he sostenido en mi trabajo «Epistemología con sujetos cognitivos» (1998).

Y en segundo lugar, creo que el escepticismo de Tarski sobre la posibilidad de una definición de la verdad para los lenguajes naturales o hablados es una exageración debida a sus exigencias programáticas (en particular, la exigencia de una nítida distinción entre lenguaje y metalenguaje). De hecho, el esquema (T), que es condición de la definición de la verdad, recoge de manera perfecta la concepción «natural» de la verdad como correspondencia, presente en nuestros lenguajes hablados. Además la noción de satisfacción de un enunciado por objetos y la noción de verdad como satisfacción en todo caso por objetos, también resultan «naturales», como prueba el hecho de su ejemplificación en el lenguaje natural. En resumen, aunque la definición de la verdad de Tarski tiene su campo directo de aplicación en los lenguajes formalizados, sus nociones pueden aplicarse por analogía en los lenguajes naturales.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

ARISTOTELES, *La Métaphysique* (ed. de J. Tricot), 2 tomos, Paris: J. Vrin, 1962.

HAACK, Susan, *Filosofía de las lógicas* (trad. Amador Antón), Madrid: Cátedra, 1982.

JUHOS, B. von, «The truth of empirical statements», *Analysis* , IV, 1937, pp. 65-70.

MARTINEZ-FREIRE, Pascual F., «Epistemología con sujetos cognitivos», P. F. Martínez-Freire (ed.), *Filosofía Actual de la Ciencia* , Suplemento nº 3 de *Contrastes* , Málaga, 1998.

QUINE, Willard Van Orman, *Los métodos de la lógica* (trad. Manuel Sacristán), Barcelona: Ariel, 1967.

QUINE, Willard Van Orman, *Filosofía de la lógica* (trad. Manuel Sacristán), Madrid: Alianza, 1973.

RUSSELL, Bertrand, «Introducción», Ludwig Wittgenstein, *Tractatus Logico-philosophicus* (trad. Enrique Tierno Galván), Madrid: Alianza, 1973.

TARSKI, Alfred, «Le concept de verité dans les langages formalisés», Alfred Tarski, *Logique, sémantique, métamathématique, tome 1* (trad. Gilles Granger), Paris: Armand Colin, 1972.

TARSKI, Alfred, «La conception sémantique de la verité et les fondements de la sémantique», Alfred Tarski, *Logique, sémantique, métamathématique, tome 2* (trad. Gilles Granger), Paris: Armand Colin, 1974.

Pascual F. Martínez-Freire es catedrático de Lógica y Filosofía de la Ciencia, responsable del Grupo de Investigación en Ciencias Cognitivas y director del Título de Postgrado en Ciencias Cognitivas Aplicadas en la Universidad de Málaga. Autor del libro *La nueva filosofía de la mente* (Barcelona: Gedisa, 1995) y editor de *Filosofía actual de la ciencia*, Suplemento 3 de *Contrastes. Revista Interdisciplinar de Filosofía* (1998).

Dirección Postal: Departamento de Filosofía, Universidad de Málaga, Facultad de Filosofía y Letras, Campus de Teatinos, E-29071 Málaga.

E-mail: freire@uma.es