Las bases neurológicas de la aritmética. Una aproximación al pensamiento de S. Dehaene

ANTONIO CABA
Universidad de Málaga

A Stanislas Dehaene se le presenta habitualmente como un joven matemático que se ha pasado con éxito al campo de la Neuropsicología cognitiva del lenguaje y al análisis de los procesamientos numéricos del cerebro humano. Sus experiencias le han llevado a afirmar que nuestro cerebro parece equipado desde su nacimiento con un sentido del número, según el cual la aritmética resulta ser una capacidad básica biológicamente determinada, aunque no específica y exclusiva de nuestra especie, puesto que –en un cierto grado– la compartimos con algunos animales superiores. Semejante capacidad tiene además un sustrato cerebral específico, materializado en todo un conjunto de redes neuronales localizadas de modo semejante en todos los humanos y que nos proporciona el conocimiento de que disponemos acerca de los números y sus relaciones. Sin embargo, el problema no se reduce a explicar cómo el cerebro es capaz de conocer y efectuar operaciones numéricas. Dehaene se adentra también en profundidades filosóficas tratando de determinar la naturaleza del número para constituir un objeto de conocimiento. Por eso hace suya la doble cuestión planteada por McCulloch hace ya cuatro décadas en un conocido trabajo que tituló precisamente: "¿Qué es un número para que el hombre pueda conocerlo? y ¿qué es un hombre para que pueda conocer lo que es un número?".

Dehaene afirma con insistencia que algunos animales disponen de capacidades elementales que les posibilitan disponer de un rudimentario sentido de los números; éstos, al igual que los colores, no existen realmente en el ámbito físico, pero resultan extremadamente útiles para sobrevivir en un mundo poblado de objetos discretos y móviles. Por esta razón la evolución ha dotado a nuestros cerebros y a los de muchas especies animales con mecanismos numéricos simples. Es evidente que las semejanzas desaparecen en cuanto hace su aparición nuestra capacidad de representación simbólica, que nos posibilita expresar con exactitud cantidades numéricas, pero esto no significa en absoluto minimizar el sustrato común compartido. De hecho, existe una gran cantidad de paralelismos sistemáticos entre humanos y animales; por ejemplo, el comportamiento numérico del animal se hace más impreciso cuanto mayores son los números que intervienen, exactamente lo mismo que ocurre en el caso del hombre.

No cabe duda de que defender la existencia de tales facultades cognoscitivas innatas en el cerebro humano le obliga a oponerse nada más y nada menos que a Piaget y a su escuela, quienes durante un largo período de tiempo han constituido la explicación estándar de la adquisición del conocimiento matemático en el niño. Pero no sólo eso, la visión piagetiana condicionó la enseñanza e incluso la práctica de las matemáticas durante todo ese lapso. Por ello menudean en los escritos de Dehaene críticas más o menos solapadas a los programas escolares que aún hoy día continúan guiándose por los esquemas pedagógicos basados en el constructivismo piagetiano. Como no podía ser de otro modo, este punto de vista –en el que el número aparece como una de las categorías fundamentales a través de las cuales nuestro sistema nervioso representa el mundo exterior– fortalece asimismo un tipo especial de intuicionismo contrario a los planteamientos platónicos o formalistas en el ámbito de la filosofía de las matemáticas. En este sentido, cabe decir que Dehaene defiende lo que podríamos denominar un 'constructivismo selectivo', más próximo al intuicionismo defendido por Poincaré que al propiciado por Brouwer.

Pero, con ser atractivos e importantes estos asuntos, ni la influencia en la pedagogía, ni la caracterización filosófica del pensamiento de Dehaene constituyen los objetivos de este trabajo. En lo que sigue sólo pretendo esbozar una descripción de la que creo es una de las tesis principales de nuestro autor, a saber, que existen 'hechos aritméticos' previos a la adquisición del lenguaje, lo que en cierto sentido equipara a nuestros bebés con algunos animales superiores. Asimismo me detendré en mostrar cómo, para probar semejante tesis, Dehaene acude a ciertas experiencias en Neuropsicología cognitiva. Todas estas ideas están ampliamente expuestas en el que hasta ahora es su libro más significativo, *The number sense. How the mind creates mathematics*, publicado en 1997, y que constituye el eje sobre el que bascula este trabajo.

I. El lenguaje y la adquisición del número

Una de las principales tesis, o quizá convendría llamarla hipótesis de trabajo, que defiende Dehaene con mayor énfasis es que nuestra representación de los números no está exclusivamente fundamentada en la adquisición del lenguaje. Al hacerlo así se opone a una hipótesis tácita en aritmética cognitiva, a saber, que las capacidades aritméticas derivan de la competencia lingüística del hombre. Esta hipótesis puede contrastarse con los conocimientos disponibles en la actualidad acerca de las representaciones numéricas en animales, niños y adultos normales o con lesiones cerebrales (*Cf.* Dehaene 1993, pp. 34 y ss.).

Es decir, que este rasgo distintivo del ser humano no constituye ni mucho menos la panacea para la descripción del proceso de adquisición del número por parte del hombre. De hecho, algunos experimentos ponen de manifiesto que, sin necesidad de apelar al lenguaje, el ser humano está dotado en las primeras etapas de su vida de una asombrosa capacidad para enumerar colecciones de objetos sonoros o visuales, e incluso de sumarlos y de compararlos entre sí. Y en este sentido, según Dehaene, no somos muy diferentes de los animales. Nuestro cerebro dispone de un mecanismo de aprehensión de cantidades numéricas heredado (o en paralelo) al que se da en el mundo animal. Es precisamente este mecanismo compartido el que guía el aprendizaje posterior de las matemáticas, o sea, "la intuición de los tamaños numéricos que heredamos de la evolución jugaría el papel de un germen que favorecería la eclosión de las matemáticas más avanzadas" (Dehaene 1997, p. 40). Dicho de otro modo, antes de lo que en Psicología se llama la explosión léxica que se produce alrededor de los dieciocho meses, el bebé dispone de ese, digamos módulo proto-numérico, tal y como numerosas experiencias han puesto de manifiesto. Por resumirlo mucho cabría decir que hay dos fases en la adquisición de los números por parte de los humanos: una de ellas que podríamos llamar proto-numérica, compartida con los animales y otra lingüística, específicamente humana y en la que se marcan las verdaderas diferencias.

Nuestro autor es consciente de las críticas que puede provocar en la comunidad científica esta comparación entre animales y humanos, aun cuando se la sitúe en los primeros años del individuo. Pese a los numerosos ejemplos que ponen de manifiesto la validez de esta afirmación, hasta hace bien poco, señala, "la actitud de los científicos fue la de buscar sistemáticamente cualquier sesgo experimental que explicara los resultados sin recurrir a la hipótesis de que los animales saben calcular, al menos de forma embrionaria" (Dehaene 1997, p. 17). Pero, con independencia de que se acepten o no los métodos experimentales utilizados para detectar este sentido numérico en los animales, no cabe duda de que la competencia numérica que muestran, aunque incipiente, deja de ser una mera anécdota cuando se convierte en un determinante de la propia supervivencia. Es lo que ocurre, por ejemplo, cuando el animal tiene que evaluar el número de depredadores que rodean la manada o se ve obligado a decidir entre fuentes con mayor o menor cantidad de alimento. En este sentido, el número es un parámetro complejo del mundo exterior que no tiene que ser más abstracto que otros, tales como la posición en el espacio o el color.[1] En definitiva, con

1 Como se sabe, no existen realmente colores en el mundo físico; aunque la luz nos llega en distintas longitudes de onda, no puede decirse que éstas constituyan lo que conocemos como color, puesto que un plátano, por ejemplo, seguimos viéndolo amarillo aun cuando cambien las

tal de que el animal disponga de los módulos cerebrales adecuados, percibir el número aproximado de objetos de un conjunto no parece que sea más difícil que percibir su color o su posición (*Cf. o. c.*, pp. 22 y ss.).

Pese a todo, es posible que el prejuicio de los científicos esté justificado, puesto que en ocasiones estas apariciones de animales que calculan se ha convertido en un auténtico circo. Algunos casos célebres han pasado a la historia, como el del caballo 'Hans', a principios del siglo XX, que adiestrado por su dueño efectuaba sumas de números racionales e incluso calculaba los divisores de un número.[2] Posteriormente, en la década de 1950, los experimentos que trataban de poner de manifiesto este sentido numérico en el animal se hicieron más sistemáticos y serios.[3] Fue en esa época cuando vieron la luz los resultados de ciertas experiencias que mostraban cómo ratas suficientemente adiestradas aprendían a apretar una palanca P_1 un determinado número de veces (elegido por el experimentador y transmitido al animal) antes de golpear una segunda palanca P_2, que abría una compuerta que les suministraba alimento. En muchos casos los animales adaptaban su comportamiento a los requerimientos del experimentador, advirtiéndose que el número de fallos que cometían aumentaba con el tamaño de los números que tenían que adivinar. Algunos observadores críticos se cuestionaron si las ratas del experimento eran realmente sensibles al número de presiones ejercidas sobre la palanca o más bien se limitaban a estimar el tiempo transcurrido desde el inicio del ensayo. Como señala Dehaene, está justificada esta cuestión, puesto que podría darse el caso de que la rata se limitara a golpear la palanca a un ritmo regular (una vez por segundo, por ejemplo) y que, por tanto, su comportamiento se explicara mejor mediante un parámetro temporal. No cabe duda de que si esto fuera así, cabría poner en duda la presunta competencia numérica del animal. Sin embargo, experimentos posteriores mostraron la independencia de ambos parámetros al trabajar con

---

condiciones de luminosidad y con ello las longitudes de onda reflejadas. Más bien, el color es un atributo creado en nuestro cerebro por un área específica que computa –gracias a la acción de dos proteínas que se encuentran en el ojo humano– la cantidad relativa de luz en distintas longitudes de onda a través de la retina y la utiliza para computar cómo los objetos reflejan la luz que les llega en varias bandas espectrales. Así, el color es una cualidad subjetiva construida por el cerebro que se muestra muy útil para reconocer los objetos del mundo que nos rodea, puesto que tiende a permanecer constante a través de las diferentes condiciones de luminosidad.

2 Este hecho produjo un gran revuelo en la comunidad científica y los investigadores se dedicaron a observar con atención el proceso que seguían, tanto el animal como el dueño cuando realizaban tales operaciones. La conclusión a la que se llegó fue que, aunque no fuera intencional, se daba una discreta comunicación, bien con el cuidador humano, bien con alguien del público, que emitía alguna señal imperceptible que provocaba la respuesta, en muchos casos correcta, del animal.

3 *Cf.* Dehaene 1997, pp. 18 y ss. Con objeto de no extender excesivamente la exposición omitiré en lo sucesivo, tanto los autores, como las publicaciones que dan cuenta de tales experiencias.

ratas hambrientas que golpeaban la palanca el número de veces requerido, si bien –acuciadas por el hambre– lo hacían con una mayor rapidez. O sea que, en ningún caso, el cambio de ritmo suponía alterar el número de apoyos requerido sobre la palanca P_1. Se conseguía probar así que el factor temporal no era decisivo en el reconocimiento del número de apoyos que tenían que realizar. Pero no se logró mostrar la independencia, puesto que algunos experimentos posteriores mostraron cómo las ratas, de un modo natural, prestaban de manera espontánea la misma atención al número de sonidos que a su duración. En resumen, cabe decir que las ratas actuaban exitosamente basándose, tanto en la duración de los estímulos como en el número de los mismos.[4] Los experimentos han continuado desarrollándose en esta línea con otros animales, tales como delfines o chimpancés; así algunas experiencias realizadas con estos últimos mostraron cómo tras un metódico entrenamiento, eran capaces de sumar e incluso de comparar cantidades numéricas entre sí.

En cualquier caso, una vez constatado sobre una base científico-experimental que los animales disponen de una cierta capacidad numérica, el paso siguiente debería ser encontrar una explicación que convenciera a la mayoría de los psicólogos implicados en estos estudios. De entrada, hay que advertir que no existe tal explicación, pero tampoco todo es silencio. Pese a lo problemático que pueda resultar explicar satisfactoriamente qué provoca en los animales ese sentido de la aproximación numérica, se ha arriesgado un atisbo de explicación, que Dehaene suscribe. El nombre mismo con el que se la califica, la "metáfora del acumulador", indica que no tiene unas pretensiones de largo alcance. De hecho, para explicarla hay que recurrir a símiles más o menos afortunados y con una gran dosis de ingenua intuición (*Cf.* Dehaene 1997, pp. 28 y ss.).

Dehaene acude a una 'metáfora hidráulica' que sitúa en el hipotético mundo de Robinson Crusoe. El protagonista se sirve de un tronco para hacerse con un depósito (o acumulador) en el que almacenar el agua de un riachuelo que discurre cerca. Aunque el agua no cae directamente sobre el acumulador, Robinson puede ir rellenando el depósito mediante una caña de bambú durante el tiempo y las veces que desee. Así por ejemplo, si quiere almacenar el número de asaltantes que ve desde su escondite, bastará con desviar una cierta cantidad de agua desde el arroyo hasta el acumulador. Es evidente que si procura (y consigue) que la cantidad de agua desviada sea la misma para cada asaltante, el nivel del agua almacenada en el acumulador le dará una idea (no exacta, aunque aproximada y comparativa) del número de asaltantes. Si se produce una segunda invasión, se realizará la misma operación sin vaciar el

4 Dicho sea de paso, no debería resultar chocante este resultado a quien esté mínimamente familiarizado con la concepción kantiana del número y de la aritmética.

acumulador; pero si, por el contrario, algunos de los atacantes se retiran o son baja, bastará con retirar del acumulador un equivalente del agua introducida por cada uno de ellos, y así sucesivamente. El problema de este ingenioso sistema de contabilidad es que los números naturales, que forman un conjunto discreto, están representados por cantidades continuas y débilmente delimitadas. Pero, insistiendo de nuevo en el carácter metafórico de la explicación y que, por tanto, está sometida a gran cantidad de errores, puede establecerse un paralelismo con el comportamiento del animal.

Nadie pone en duda que los chimpancés de los experimentos sean capaces de realizar operaciones aritméticas al modo que lo hacemos nosotros, pero esto no los imposibilita en absoluto para la aritmética, puesto que disponen de un cierto mecanismo que rellenan o vacían en función de la cantidad de objetos que se les presentan. A falta de una mejor explicación, Dehaene se decanta por la metáfora (ni siquiera teoría) del acumulador en los términos anteriormente descritos. Ya hemos indicado que siguiendo este procedimiento, los resultados que pueden alcanzarse son aproximados, pero aun así, es factible la realización de operaciones rudimentarias con un cierto margen de confianza. La rata, por ejemplo, no percibe probablemente el número exacto de golpes que tiene que dar a la manivela, pero el nivel fluctuante de su acumulador interno le indicará, con un cierto error, la cantidad de veces que tiene que golpear la palanca para conseguir su alimento.

Aceptar el modelo del acumulador, tal y como hace Dehaene tiene algunas consecuencias notables (*Cf.* Dehaene 1997, pp. 34 y ss.). De entrada, supone admitir que –de algún modo– los animales saben contar, puesto que disponen de un contador interno que modifican cada vez que sobreviene un suceso externo. Pero también pone de manifiesto que no cuentan como lo hacemos los humanos; a diferencia de nosotros, su modo de contar es más bien confuso y borroso (*fuzzy*). La demarcación, naturalmente, la proporciona el lenguaje. En efecto, cuando nosotros contamos, utilizamos una secuencia precisa de palabras que no deja lugar para el error, haciendo corresponder cada objeto con un elemento de la secuencia de los números naturales. Obviamente, en los animales las cosas no suceden así; sus 'números' aparecen a nivel fluctuante e impreciso, al modo como funcionaría un contador analógico. La operación que ejecutan cuando añaden una unidad a su contador –como cuando Robinson adiciona una medida más de agua a su acumulador interno– sólo tiene una leve semblanza con el rigor lógico de nuestra operación de añadir una unidad a una cantidad previa. Es decir, el acumulador permite al animal estimar en qué medida son de numerosos los sucesos, pero en modo alguno calcular el número exacto. Tanto es así, que quizá pueda parecer excesivo pensar siquiera en atribuir sentido numérico alguno a los animales, al menos no con el significado que damos habitualmente al concepto. Así lo indica Dehaene: "la diferencia entre el procesamiento interno del animal y la cuenta verbal que nosotros realizamos es tal que quizá no se debería hablar de percepción del número en el caso del animal, sino de 'símbolo discreto'". (*o.c.*, p. 35). De todos modos, no es tan descabellado asociar para ciertos animales algún tipo de aprendizaje de notación simbólica de los números. Experiencias muy concretas realizadas con chimpancés y delfines así lo han puesto de manifiesto. Pero los logros alcanzados tras horas de arduo entrenamiento no son comparables con el ritmo de aprendizaje en el manejo de los números que viven nuestros párvulos de cuatro o cinco años. Esta flagrante diferencia se pone de manifiesto sobre todo porque a esa edad el humano dispone ya del lenguaje y de una incipiente capacidad para simbolizar, elementos exclusivos que le permitirán llegar a estratos imposibles de alcanzar por el animal.

¿Quiere esto decir que antes de adquirir su competencia lingüística el ser humano no dispone de ningún tipo de sentido numérico? Dehaene entiende que no, que durante los primeros años e incluso los primeros meses de su vida, el ser humano dispone de una cierta capacidad numérica que lo hace semejante al animal. O sea, que el cerebro humano dispone de un mecanismo de aprehensión de cantidades numéricas en paralelo al existente en el mundo animal. Dicho de otro modo, puede extenderse la metáfora del acumulador para explicar algunas de la capacidades numéricas de que hacen gala nuestros bebés antes incluso de ir a la escuela. Y lo que es más, según nuestro autor, este mecanismo se convierte en la guía para el aprendizaje posterior de las matemáticas. Como es natural, este punto de vista no es totalmente compartido y choca con una de las teorías más aceptadas de las últimas décadas, la de Piaget y su escuela. Dehaene critica el constructivismo de Piaget, según el cual el cerebro del recién nacido sería algo así como una página en blanco, libre de cualquier conocimiento abstracto. El material genético sólo proporcionaría al bebé sistemas de percepción y de control motriz muy simples, junto a un mecanismo general de aprendizaje que –en última instancia– le permitirían sacar provecho de las interacciones entre el propio sujeto y su entorno, con objeto de autoorganizarse. Según esto, los conocimientos lógicos y matemáticos se irían construyendo progresivamente a través de la observación, y posterior interiorización, de las regularidades del mundo. Así pues, según este punto de vista, el niño vendría al mundo sin ninguna idea preconcebida sobre la aritmética y serán precisos varios años de observaciones atentas para comprender lo que es un número; sólo a fuerza de manipular colecciones de objetos, acabaría constatando que el número es la única propiedad que no se altera cuando los objetos cambian de posición o de naturaleza.[5]

5 Ver *o. c.* pp. 42 y ss. Como enseñante este asunto ofrece unos aspectos que me resultan particularmente atractivos, pero que no constituyen el objetivo de este trabajo. Por ello, prefiero dejar para otro momento un análisis que me parece sumamente interesante.

Las pruebas realizadas por Piaget y su equipo están sesgadas, según Dehaene, por no haber utilizado los métodos adecuados e impedir a los niños de los experimentos mostrar lo que verdaderamente son capaces de hacer. La clave del error piagetiano está en que la prueba se sustenta en un diálogo entre experimentador y experimentado. Y en un momento en el que el desarrollo del lenguaje en el niño es aún precario, es dudoso que éste sea el mejor procedimiento. En primer lugar porque cabe la duda de que el niño comprenda las preguntas que se le plantean y en segundo lugar porque no está suficientemente claro si, aun entendiéndolas, interpreta las cuestiones que se le proponen como lo haría un adulto. Este sesgo desaparece, según Dehaene, si se renuncia al lenguaje como única vía de comunicación y se sitúa al niño en situaciones próximas a las experimentadas en el caso de los animales. Así, por ejemplo, se puede echar mano de los gustos y del interés de los bebés por la novedad. Es conocido que los niños se aburren cuando se les muestra repetidas veces un mismo juguete, pero que en cambio muestran un interés reavivado cuando se le presenta uno nuevo. Esta sencilla experiencia muestra que el bebé ha apreciado la diferencia entre el primer y el segundo juguete. Extendiendo esta técnica adecuadamente, los investigadores han mostrado que, desde muy pronto, los bebés, e incluso los recién nacidos, perciben diferencias de color, de forma, de tamaño y de número. En este caso las capacidades numéricas del niño resultan sorprendentes, aun siendo bebé. En resumen, según Dehaene, el bebé humano no está menos dotado para la aritmética que sus primos animales, lo que confirmaría, en definitiva, que "la ausencia de lenguaje no impide la ejecución de cálculos numéricos elementales" (Dehaene 1997, p. 55).

Ahora bien, ¿cómo explicar este conocimiento proto-numérico en el caso del bebé sin ceñirse exclusivamente al lenguaje? Dehaene acude a la metáfora del acumulador, que –según él– también funciona en este caso (*Cf.* Dehaene 1997, pp. 71 y ss.). Las experiencias muestran que tanto el animal como el bebé poseen sólo una representación mental aproximada y continua de los números y que en ambos casos deben obedecer las mismas leyes y por ende, las mismas limitaciones. Según Dehaene, sufrimos –al igual que los animales– el denominado "efecto distancia", según el cual distinguimos mejor dos números alejados entre sí (80 y 100), que dos números que se encuentren próximos (81 y 82); asimismo nuestra aprehensión de las cantidades obedece al llamado "efecto tamaño", según el cual, a distancia constante, tenemos más dificultad para distinguir entre sí dos números grandes (90 y 100) que dos números pequeños (10 y 20). Esta similitud entre el humano joven y el animal no tiene nada de sorprendente desde un punto de vista evolutivo. Las citadas experiencias ponen de manifiesto una cierta discriminación numérica en el bebé, cuyo cerebro parece pre-equipado de detectores numéricos, probablemente innatos. Todo indica, según Dehaene, que el módulo de reconocimiento de los números aparece por maduración cerebral sobre la base de informaciones codificadas genéticamente. Como quiera que heredamos nuestro código genético tras millones de años de evolución, es más que probable que compartamos este sistema proto-numérico innato con otras especies animales.

En definitiva, desde el punto de vista de la asimilación de los números, lo que produce el salto cualitativo y cuantitativo del animal al humano es la aparición del lenguaje. Pero no se crea que tras la aparición del lenguaje está todo hecho, puesto que aún queda un largo camino, como pone de manifiesto el penoso proceso de la evolución de los diferentes sistemas numéricos;[6] pese a todo, sería pecar de gran ingenuidad si este hecho supusiera mermar lo más mínimo el papel que representa el lenguaje en la adquisición del número en el ser humano. De entrada, es absurdo pensar siquiera en equiparar sin mayor especificación los procesos de adquisición del número en el caso del animal y en el del ser humano. Resulta obvio que si la única representación de los números de que dispusiéramos los humanos fuera la de un acumulador numérico parecido al de los animales, nos sería imposible pensar en un número sin confundirlo con sus vecinos; así no distinguiríamos con claridad el número 8 del 7 ó del 9. Es evidente que una imprecisión de este calibre habría originado una sociedad humana muy diferente de la que conocemos, puesto que impediría los desarrollos que conforman algunos de sus ámbitos fundamentales, tales como el económico o el científico. Lo que tiene el hombre de especial y que lo hace único en el mundo animal, permitiéndole superar el estadio de la mera aproximación, es precisamente, la posibilidad de que algunas estructuras específicas del cerebro humano puedan emplear cualquier símbolo arbitrario (palabra, gesto, etc.) como vehículo de representación mental. Es esta posibilidad la que origina la facultad específicamente humana de concebir sistemas de numeración simbólica. El hecho añadido de que los símbolos lingüísticos puedan formar categorías discretas permite referirnos a números concretos, separándolos categóricamente de sus vecinos más cercanos. Y es precisamente esta distinción lingüística la que supera al mero acumulador y evita la confusión entre números próximos. Dicho de otro modo, el lenguaje será el encargado de proporcionar la precisión de que carece el acumulador; será, pues, el lenguaje lo que permita la distinción y la precisión, pero –según Dehaene– el sentido del número ya se posee, antes de su concreción lingüística.[7]

6 Véase Dehaene 1997, pp. 91 y ss. Un clásico sobre la descripción del desarrollo de las cifras, y del que nuestro autor toma algunos datos, es el texto de G. Ifrah citado en las Referencias.

7 En razones de este tipo se basa nuestro autor para defender la tesis de que el funcionamiento del cerebro se asemeja más a una máquina analógica que a un ordenador. En este sentido se alinea con Von Neumann, quien ya en 1958 propuso un modelo híbrido analógico-digital para explicar el comportamiento del cerebro. Todo esto merecería un tratamiento más extenso del que es posible dedicar en este trabajo (Ver Von Neumann 1958, sobre todo pp. 69 y ss.).

Pero aun con el lenguaje a disposición de los humanos, no puede decirse que el desarrollo de los distintos sistemas de numeración haya sido precisamente un camino de rosas. De entrada habría que señalar que las expresiones lingüísticas que se han utilizado para describir los números se han visto influenciadas en gran medida a lo largo de la historia por las potencialidades perceptivas del cerebro humano. Así, por ejemplo, la capacidad que tiene nuestro cerebro de percibir sin esfuerzo y prácticamente sin contar los tres primeros números naturales ha condicionado las propiedades lingüísticas de las palabras que los representan; [8] de hecho, en muchos idiomas esas palabras son declinables e incluso presentan una expresión diferente en la forma ordinal. El propio cuerpo humano fue el recurso habitual para la representación de números mayores, pero este recurso se muestra en seguida limitado, ya que las partes de nuestro cuerpo son claramente insuficientes en cuanto se quiere representar números suficientemente grandes. De ahí la necesidad, como apunta Dehaene de recurrir a la escritura como memoria permanente para los números (Ver *o.c.* pp. 96 y ss.). Si los sistemas aditivos como el romano fracasan se debe a su ineficacia a la hora de efectuar cálculos; ha habido que esperar siglos para perfeccionar un principio de posición con la inclusión del cero para obtener un sistema numérico unitario y prácticamente universal. Pero al nivel oral se está muy lejos de alcanzar la convergencia absoluta de que se dispone en el nivel simbólico.[9] El problema no tendría más trascendencia si acabara aquí, pero no es el caso. La realidad es que la simplificación expresiva condiciona la memoria, el cálculo y la propia enseñanza de la aritmética. El chino, por ejemplo, tiene una presentación oral muy simplificada del sistema numérico. Pues bien, se ha comprobado que la capacidad de memorización en el caso de los chinos es de nueve cifras por tan sólo siete los franceses. La explicación que ofrece Dehaene es que nuestro cerebro efectúa un engranaje con las cifras

8 *Cf.* Dehaene 1997, pp.67-70 Esta capacidad es conocida en Psicología como la facultad de 'subitización' (del latín *subitus*), un fenómeno ya conocido desde hace tiempo y que Bourdon estableció a principios del siglo pasado en forma de ley: El tiempo para reconocer y nombrar una cantidad fija de puntos crece lentamente del 1 al 3; después de este límite aumenta bruscamente, a la vez que se incrementa de modo considerable el número de errores. Según Dehaene, el término no está bien elegido, puesto que la subitización, por muy rápida que sea, no tiene nada de instantánea y descansa en la capacidad de nuestro sistema visual para localizar objetos en el espacio .

9 Dehaene se lamenta de la inferioridad en que se encuentran los lenguajes occidentales respecto a las lenguas asiáticas en los ámbitos de la memoria, del cálculo y de la pedagogía. Si las cosas hubieran evolucionado adecuadamente, deberían haberse eliminado ya construcciones tan absurdas como la francesa "quatre-vingt-dix-sept" para nombrar al número 97. Pero los esfuerzos de normalización de las academias lingüísticas, observa Dehaene, han petrificado nuestras lenguas bloqueando su evolución natural (*Cf. o. c.*, p.105).

que tiene que retener en una memoria auditiva que sólo conserva los datos durante dos segundos, lo que nos obliga a repetir constantemente la serie para retenerla. Así, la capacidad mnésica está determinada por el número de cifras que somos capaces de repetir en menos de dos segundos, teniendo en cuenta que aquellos que recitan más de prisa tienen una mayor memoria. Ahora bien, mientras que las cifras chinas son muy breves y se pueden pronunciar en un cuarto de segundo, las francesas o las inglesas son más largas, con lo cual hace falta más de un tercio de segundo para leerlas.

Pese a esta diversidad contrastada, Dehaene destaca una constante que atañe a la representación de los números grandes en todas las lenguas. Se trata de los denominados 'números redondos', que nos permiten expresar cantidades de una cuantía superior a la habitual mediante aproximaciones groseras, pero inteligibles por los distintos interlocutores; es lo que ocurre, por ejemplo, cuando decimos que nuestro país tiene 43 millones de habitantes. Según nuestro autor, la razón última de este principio compartido es que "todos los hombres del mundo disponen del mismo aparato cognitivo y se enfrentan por tanto a la misma dificultad al conceptualizar cantidades grandes" (*o. c.* p.109). Puede aducirse aún otra razón para mantener la tesis de que nuestro lenguaje está profundamente influenciado por una representación no verbal de los números. Se trata del hecho, ampliamente constatado, de que los números más pequeños aparecen, en todas las lenguas, con una mayor frecuencia que los grandes; así, por ejemplo, en cualquier libro que abramos al azar ocurre que los tres primeros números naturales aparecen el doble de veces que todos los demás juntos.[10] Según nuestro autor, esto no es sino un reflejo de la mayor potencia de nuestra percepción de estas tres cifras con respecto al resto. Como en principio no hay razón alguna para pensar que unos números sean más frecuentes que otros, la impresión de que el mundo se compone de conjuntos pequeños "es una ilusión impuesta por nuestro aparato perceptivo y cognitivo. La naturaleza no está hecha de esa manera, aunque así lo crea nuestro cerebro".[11]

10 Esta podría ser, según entiendo, una buena explicación neuropsicológica de la conocida como ley de Benford, que establece que la probabilidad de que un número elegido al azar de entre un conjunto cualquiera tenga al número n (comprendido entre 1 y 9) como primera cifra significativa es igual a $\log(1+1/n)$. Esta, en un principio mera curiosidad matemática, ha encontrado aplicaciones en los campos y situaciones más inesperadas (*Cf.* T. Hill 1999).

11 Dehaene 1997, p. 113. Esta imposición de nuestro aparato cognoscitivo sobre la realidad de la experiencia ya fue observada –con intencionalidad diferente a la de Dehaene– hace lustros por el gran matemático Gerhard Frey. A su juicio nosotros proyectamos los conceptos sobre la realidad de la experiencia e intentamos acomodarla a ellos. De esta manera cabe una explicación del problema de la aplicabilidad de la matemática al mundo empírico, puesto que el universo que nos rodea y en el que vivimos contiene un principio de discordia, ya que en él se da algo notoriamente independiente de nosotros en su forma y condicionamiento, pero que depende de nosotros en cuanto cognoscible y experimentable (*Cf.* 1972 Frey pp. 32 y ss.).

Conjugando todos estos datos, es poco plausible pensar que la razón de que toda esta organización de notaciones y representaciones numéricas se halle presente en todas las civilizaciones, tenga su origen en una más que improbable comunicación entre culturas. Más bien parece deberse al hecho de que los hombres se han enfrentado desde siempre a los mismos problemas y han dispuesto de un mismo cerebro para solucionarlos; de ahí que, salvando las distancias y con mayor o menor fortuna, hayan llegado a soluciones semejantes. Por eso Dehaene entiende que todos estos sorprendentes paralelismos muestran que los útiles matemáticos que son los números han evolucionado a la vez *por* el cerebro y *para* el cerebro. Por el cerebro, en tanto en cuanto parece claro que la historia de los números ha estado limitada por las propias capacidades del cerebro humano para inventar los principios y sistemas de numeración. Para el cerebro, si consideramos que sólo se han transmitido a las generaciones siguientes las invenciones que se adaptaban mejor a las capacidades perceptivas y cognoscitivas del ser humano (*Cf.* Dehaene 1997, p. 115).

Hasta ahora hemos esquematizado algunos puntos de la problemática que surge al explicar la adquisición del sentido del número en el ser humano. En lo que sigue vamos a esbozar –también de modo esquemático– la interpretación a nivel cerebral que propone Dehaene de esta explicación, sin detenernos por supuesto en describir las técnicas de alta tecnología empleadas para su obtención. Como indica nuestro autor, las imágenes obtenidas mediante la tomografía por emisión de positrones, a través de la resonancia magnética funcional u otras técnicas similares, permiten revelar la actividad cerebral "como si la barrera del cráneo no existiera" (Dehaene 1997, p.208); las nuevas imágenes del cerebro que son capaces de aportar todas estas técnicas permiten una visualización, prácticamente en tiempo real, de la actividad de las áreas cerebrales que intervienen en la realización de determinadas operaciones aritméticas. Lo que vamos a comentar a continuación es lo que entendemos esencial de todo este procesamiento, con independencia de los métodos utilizados para su obtención. Dejamos, pues, al matemático y contactamos con el neuropsicólogo.

II. Explicación neuropsicológica

Es un hecho conocido y admitido desde hace tiempo que la denominada zona de Broca contiene el área motora del lenguaje y que controla los movimientos de la lengua, labios y cuerdas vocales. En esta zona, situada en el hemisferio izquierdo del cerebro, se sitúa el centro del lenguaje y se ha observado que la existencia de hemorragias en ella ocasiona un tipo de afasia característico denominada, precisamente, afasia de Broca; quien la padece es capaz de pronunciar unas cuantas palabras pero no puede escribir ninguna, aun sabiendo lo que significan. Según Dehaene, si la adquisición del concepto de número dependiera exclusivamente del lenguaje, cualquier lesión en el hemisferio izquierdo impediría por completo el conocimiento de la aritmética, llegándose incluso a imposibilitar el deletreo correcto de los números. Pero el comportamiento de pacientes con lesiones cerebrales en dicho hemisferio muestra que esta conclusión no puede obtenerse sin un análisis más detenido.

De entrada, algunos de estos pacientes ponen de manifiesto cómo la estructura gramatical de los números es independiente del nombre preciso del número en cuestión. Todo parece indicar, pues, que tanto la adquisición como la pérdida de la gramática y del léxico numéricos son hechos independientes. Por ejemplo, el paciente NY reemplaza a menudo un nombre de número por otro, pero nunca se equivoca en la descomposición factorial. Es decir, conoce el valor de cada posición, aunque no sea capaz de identificar el número concreto que la ocupa. Así, ante 362 puede decir 'trescientos ochenta y dos', lo que pone de manifiesto que, si bien conserva la estructura gramatical, confunde el léxico y dice 8 por 6. Otro paciente (JE), en cambio, reconoce perfectamente las cifras aisladas, pero se equivoca al tratar de situarlas correctamente según el principio de posición, con lo cual, éstas parecen deslizarse aleatoriamente de la columna de las decenas o de los millares. Así, cuando se le presenta 270 puede nombrarlo como 'veinte mil setecientos'. En este caso sí maneja correctamente el léxico, pero se muestra incapaz de reconocer la estructura del número (*Cf.* Dehaene 1997, pp. 175-176).

Técnicamente hablando, los neuropsicólogos dicen que los pacientes que presentan cuadros clínicos como los anteriores sufren una doble disociación: mientras que en uno de ellos la estructura gramatical permanece intacta y la elección de la palabra adecuada se encuentra deteriorada, en el otro ocurre exactamente lo contrario. La disciplina científica que saca partido de estas desgracias personales es la denominada Neuropsicología Cognitiva. Su fundamento último es que una de las maneras más sencillas de entender cómo funciona un sistema es observar lo que ocurre cuando dicho sistema falla. Dicho de otro modo, se trata de mejorar la comprensión del cerebro humano a través de la observación del comportamiento de individuos que han sufrido o sufren lesiones cerebrales de envergadura. La piedra de toque de la Neuropsicología Cognitiva es la disociación, o sea, la observación que permite poner de manifiesto que, tras una lesión cerebral, un campo de competencias se convierte en inaccesible, mientras que otro dominio comparable al anterior, permanece intacto. Es lo que ocurre, por ejemplo, en el caso de los pacientes NY y JE. Cuando dos capacidades se disocian de este modo se puede a menudo deducir que reposan en circuitos neuronales en parte distintos. La primera capacidad se altera porque corresponde a una región dañada, mientras que la segunda queda intacta porque reposa sobre regiones que se han salvado de la lesión. No cabe duda de que la verificación de estas hipótesis permite obtener interesantes inferencias acerca de la organización cerebral. En cualquier caso, una consecuencia inmediata que sugiere la existencia misma de pacientes con este tipo de disociaciones es que entre las regiones cerebrales que se encargan de la lectura en voz alta, algunas contribuyen particularmente a la gramática y otras al léxico de los números.

Un primer intento explicativo de todos estos hechos consistiría en retomar las tesis frenológicas y atribuir una misión determinada a cada región del cerebro. Pero Dehaene no está de acuerdo con este planteamiento (*Cf.* Dehaene 1997, pp. 152 y ss.). Como nos muestra la historia, durante mucho tiempo el fenómeno de los calculadores prodigiosos intrigó a los investigadores y suscitó explicaciones en ocasiones fantasiosas: unas veces se consideraba sin más un don de Dios, otras veces se hablaba de ciencia infusa e incluso se llegó a atribuir tal capacidad a una mera transmisión de pensamiento.[12] La primera tentativa seria de explicar este fenómeno se debe a Gall, creador en torno a 1825 de la frenología, una concepción puramente materialista del cerebro que, si bien fue bastante ridiculizada ejerció sin duda una gran influencia. La frenología –u organología como la denominó en un primer momento su creador– postula un cerebro dividido en regiones especializadas que constituyen otros tantos órganos mentales independientes e innatos. Cada órgano subtiende una facultad mental bien precisa. En un principio postuló 27 facultades, que más tarde extendió hasta 35, asignándole a cada una, sobre una base fantasiosa según Dehaene, regiones cerebrales específicas. En esa distribución el sentido de relaciones con los números quedaba ubicado en la región frontal.

Gall se vio obligado a explicar cómo era posible que, siendo innatas las facultades mentales, su desarrollo variara de un individuo a otro. Para ello supuso que es el tamaño relativo de los órganos cerebrales el que determina las disposiciones mentales de cada individuo. Por ejemplo, en el caso de los grandes matemáticos, se tendría que la cantidad de tejido dedicada al órgano de las relaciones de los números sería superior a la media. Como es obvio, el tamaño de las circunvoluciones cerebrales no es directamente accesible a la medida; por ello, Gall aventuró un hipótesis simplificadora: el hueso craneal, modelado por el córtex durante el crecimiento, traduce por sus huecos y protuberancias la extensión de los órganos subyacentes. Así, el talento matemático puede, por tanto, ser detectado desde la infancia por la craniometría, o sea, por la medida de las deformaciones de la caja

12 Quizá el caso más conocido sea el del hindú Srinivasa Ramanuján, de cuyas fórmulas dijo su descubridor Hardy que tenían que ser verdaderas, puesto que si no lo fueran, nadie en el mundo tendría la capacidad de inventarlas. Ramanuján confesaba que era la diosa Namagiri la que se las inspiraba durante el sueño.

craneal.[13] A partir de los trabajos de Gall se abrió una línea de investigación que se dedicó a comparar el tamaño y la forma de cráneos de personas de diferentes razas, ocupaciones y niveles intelectuales. Algunos grandes personajes, como por ejemplo Gauss, donaron sus cerebros al morir, con objeto de compararlos, tanto con sus competidores en los aspectos puramente creativos, como con los individuos que no destacaban en ninguna actividad concreta. Pese a la influencia que ejerció en su momento, esta teoría no suele ser defendida en la actualidad. Según Dehaene, aunque algunos racistas las resucitan periódicamente, la hipótesis de una relación directa entre el tamaño del cerebro y la inteligencia ha sido refutada en muchas ocasiones.

Sin duda las modernas técnicas actuales permiten trazar una cartografía aproximada de las áreas cerebrales implicadas en el cálculo mental, pero esto no confirma ni mucho menos la teoría de la localización de las facultades mentales. Es decir, sobre esos mapas no aparecen aisladas facultades complejas tales como el lenguaje o el cálculo. Sólo funciones muy elementales, como el reconocimiento de una porción de un rostro o la invariancia del color, son susceptibles de ser localizadas en una región cerebral reducida. Todo esto avala la denominada tesis de modularidad defendida por nuestro autor: el menor de nuestros actos –leer una palabra, por ejemplo– supone la orquestación de múltiples ensamblajes de neuronas distribuidas por el cerebro. No obstante, aunque hasta hace poco era de buen tono ridiculizar la hipótesis simplista de Gall, según la cual el talento reflejaría directamente el tamaño de ciertas regiones cerebrales, estos últimos años la concepción organológica ha conocido una sorprendente vuelta a primer plano gracias a la publicación de dos trabajos que muestran cómo ciertas competencias musicales van acompañadas de una extensión no habitual de determinadas áreas corticales.[14]

Estos casos excepcionales no exigen, según nuestro autor, la aceptación de las tesis de Gall en su totalidad, sencillamente porque hay una alternativa (*Cf.* Dehaene 1997, pp. 162 y ss.). Se ha demostrado que el aprendizaje precoz de una determinada competencia, cuando interviene en un organismo en plena maduración, es susceptible de modificar profundamente la organización cerebral. Dicho de otro modo, la arquitectura del cerebro adulto sería el resultado de un largo proceso de epigénesis que se prolongaría más allá de la pubertad y en el curso del cual las

13 Esta hipótesis sorprendió a los contemporáneos y suscitó desde el momento de su publicación vivos debates. Su influencia fue tal que desde entonces, la *bosse* (protuberancia en sentido original) de las matemáticas pasó a significar disposición innata hacia esta materia. De hecho, el texto de Dehaene al que nos estamos refiriendo fundamentalmente, *The number sense*, fue publicado en francés como *La bosse des maths*.

14 Son los casos del denominado 'oído absoluto', asociado al planum temporal del hemisferio izquierdo, y el de los violinistas, que ocupa una extendida región del córtex cerebral. Según esto, parece que podría hablarse en este caso de la cartografía de la *bosse* de la música.

representaciones corticales son modeladas y seleccionadas según su utilidad por el propio organismo. Así pues, la superficie cortical asignada a una función no es un don innato que determina nuestras competencias; al contrario, son el tiempo y el esfuerzo consagrado a una disciplina los que modulan la extensión de su representación en el córtex. Esto explicaría cómo el aprendizaje del violón, por ejemplo, modifica sustancialmente las redes neuronales y justificaría asimismo el crecimiento del córtex sensorial.

Si hemos incluido este excursus sobre Gall y la frenología es para entender mejor las razones que Dehaene aporta para rechazarlo. A su juicio, la principal lección que nos enseña la patología cerebral es la de la modularidad del cerebro: cada pequeña región del córtex parece dedicada a una función específica y puede considerarse como un módulo especializado en el tratamiento de informaciones que le son propias. Las lesiones cerebrales y las curiosas disociaciones que conllevan, proporcionan una fuente de datos irreemplazables sobre la organización de estos módulos. Este carácter modular avala la tesis de que el lenguaje no es el único medio para alcanzar el concepto de número. Si no fuera así, cuando el hemisferio izquierdo de un paciente dejara de cumplir correctamente sus funciones, su facultad lingüística se resentiría y quedaría totalmente incapacitado para la aritmética. Pero el estudio de casos patológicos concretos ponen de manifiesto que las cosas no ocurren de este modo (*Cf.* Dehaene 1997, pp. 177 y ss.). Por ejemplo, MN es un paciente que sufrió un accidente vascular cerebral que le dejó con una profunda lesión en la mitad posterior del hemisferio izquierdo, algunas de cuyas secuelas afectan al conocimiento y manejo de los números. En concreto, MN sufre lo que se denomina una acalculia masiva, mostrándose incapaz de efectuar operaciones sencillas como 2+2. En casos así resulta tentadora la conclusión de que el paciente ha perdido totalmente sus capacidades numéricas, pero –a juicio de Dehaene– ésta es una hipótesis simplista que requiere un análisis más profundo. De hecho, se constata que este mismo paciente todavía reconoce las cifras, aun cuando se muestre incapaz de producir instantáneamente la palabra asociada a un número concreto. Curiosamente, aunque es incapaz de calcular 2+2, no se equivoca al hacer secuencias de números. Es decir, que la recitación de la serie de los números le es indispensable para hallar la palabra adecuada; de hecho, en ocasiones sólo acierta cuando desarrolla la serie completa. Además, el sentido de los caracteres impresos no se le escapa totalmente, e intenta expresarlos torpemente mediante perífrasis.

Una realidad se impone tras este análisis, según Dehaene: aunque este paciente haya perdido totalmente sus capacidades de juicio exacto es capaz de aproximar. De hecho, aquello que le exige sólo un conocimiento aproximado no le ofrece dificultad alguna. Así, el paciente MN sufre una curiosa afección: vive en un mundo extrañamente vago en el que los números no se refieren a cantidades precisas, sino solamente a tamaños aproximados. Parece como si su principal fuente de acercamiento al número hubiera quedado reducida al acumulador. En resumen: el hecho de que estas operaciones queden accesibles a un paciente acalcúlico y parcialmente afásico, cuyo hemisferio izquierdo está deteriorado, confirma que no dependen apenas de la facultad del lenguaje. El cálculo exacto, al contrario, requiere la integridad de circuitos neurales propios de la especie humana (*Cf.* Dehaene 1997, pp. 181 y ss.). Por consiguiente, la tesis de modularidad y el hecho de que existan pacientes como MN ponen de manifiesto que el hemisferio izquierdo juega un papel decisivo en la adquisición del número, pero no permiten sacar conclusiones muy precisas sobre la localización cerebral de la aproximación de cantidades.

Existen, no obstante, otras patologías cerebrales que disocian mejor las capacidades aritméticas de cada hemisferio. Algunos pacientes sufren en ocasiones una sección –parcial o total– del cuerpo calloso,[15] bien debido a una lesión muy localizada, o bien como terapia utilizada por los neurocirujanos con objeto de discriminar los efectos de crisis epilépticas en casos en los que es imposible otro tratamiento. Como se sabe, el cuerpo calloso es un paquete compuesto de 200 millones de fibras nerviosas que unen los dos hemisferios cerebrales posibilitando la cooperación entre ambos. Así resulta un paciente con el cerebro dividido: los dos hemisferios quedan en perfecto estado de funcionamiento, pero son prácticamente incapaces de intercambiar información, salvo por algunas vías sub-corticales indirectas. En la vida cotidiana estos pacientes aparentan estar somáticamente sanos, pero un simple examen pone de manifiesto su desconexión cerebral; por ejemplo, si se les manda cerrar los ojos y al mismo tiempo se les pone un objeto familiar en su mano izquierda son conscientes de conocerlo, pero se muestran incapaces de nombrarlo. Nuestro autor encuentra una explicación a estos hechos. Se conoce que las grandes vías de proyección neuronal de los captores periféricos hacia los córtex sensoriales primarios están cruzadas, de manera que la estimulación táctil o visual de lado izquierdo es recibida y tratada por las regiones sensoriales del hemisferio derecho. Según Dehaene, cuando no existe la conexión entre hemisferios a través del cuerpo calloso estas informaciones no recorren el camino previsto y se produce la descoordinación. De este modo, los casos de sección del cuerpo calloso permiten a los científicos determinar las capacidades cognitivas accesibles a cada

15 *Cf.* Dehaene 1997, pp. 181 y ss. La comisurotomía (como se denomina técnicamente a la sección del cuerpo calloso) constituye una prueba de que una circunstancia meramente patológica o terapéutica puede acarrear implicaciones filosóficas. Así, Eccles se apoya –además de en la teoría de los tres mundos popperiana– en los trabajos de Sperry sobre el comportamiento de pacientes afectados de comisurotomía para defender un dualismo en el denominado 'problema de Penfield' acerca de la relación mente-cerebro (*Cf.* P. Martínez-Freire 1995, pp. 132 y ss.).

hemisferio. Así se puede examinar en qué medida cada uno de ellos es capaz de identificar los números, de multiplicar por dos o de efectuar operaciones más complejas. En resumen, cada hemisferio posee, tanto una representación de las cantidades numéricas como un procedimiento de comparación entre ellas, aunque cuando se les cronometra, el derecho funciona un poco más lentamente y comete más errores que cuando actúa el izquierdo.

No obstante, la equipotencialidad de los hemisferios, señala nuestro autor, se desvanece cuando se aborda el dominio del lenguaje y del cálculo mental, monopolio indiscutible del hemisferio izquierdo. El derecho es incapaz de identificar números escritos con letras.[16] Pero, aun admitiendo que el hemisferio derecho es incapaz de cálculos exactos, cabría preguntarse si podría realizarlos, al menos, aproximados. Parece que en casos así los pacientes responden al azar, pero en cualquier caso, los cálculos que puede realizar el hemisferio derecho son siempre muy elementales. Es el caso de JS, que perdió prácticamente su hemisferio izquierdo tras recibir un tiro de metralla. En realidad lleva un vida cuasi-independiente, pero sufre un profundo handicap de comprensión y de producción del lenguaje oral, no puede leer ni escribir las palabras y no puede nombrar los objetos. Curiosamente, todos estos handicaps coinciden exactamente con los límites conocidos del hemisferio derecho en el caso de pacientes con el cuerpo calloso seccionado. En resumen: aunque el hemisferio izquierdo sólo es capaz de efectuar cálculos exactos, a la hora de incorporar representaciones de cantidades numéricas no se encuentra solo, sino que también interviene el hemisferio derecho, si bien a un nivel claramente inferior.

Dehaene destaca otra zona muy precisa del cerebro que también interviene en el proceso de adquisición del sentido del número y que todavía sigue siendo una *terra incognita*: la región parietal inferior. Esta región cortical y sobre todo su circunvolución posterior llamada 'giro angular', 'pliegue curvo' o 'área 39 de Brodmann' es crucial en la representación cuantitativa de los números. Nuestro autor afirma que incluso podría ser la depositaria del sentido de los números al que dedica una gran parte de su investigación. Sobre el plano anatómico se trata de un área de las denominadas asociativas o plurimodales, o como la llama Geschwind área de asociación de áreas de asociación.[17]

16 *Cf.* Dehaene 1997, p. 183. No obstante, hay pacientes ingeniosos que llegan a superar el mutismo de su hemisferio derecho. Alguno de ellos, tras varios segundos de reflexión, era capaz de nombrar las cifras presentadas a su hemisferio derecho, si bien el tiempo que necesitaba para llevarlo a cabo se incrementaba cuanto mayor fuera el número.

17 *Cf.* Dehaene *o. c.*, pp. 189 y ss. Norman Geschwind pronosticó hace varias décadas la existencia de una tercera área lingüística conectada a las ya clásicas de Broca y Wernicke. Investigaciones recientes mediante la denominada resonancia magnética de tensor de difusión han conseguido identificar tal región.

Siguiendo las pautas de la Neuropsicología cognitiva, Dehaene nos presenta el caso de un paciente (MM) afectado por una grave lesión en esta región que comentamos. En los tests que se le presentan se comprueba que efectúa sumas sin dificultad, aunque es incapaz de restar o de elegir el mayor de entre varios números. Es decir, que, si bien ha perdido toda intuición aritmética, como quiera que sus restantes circuitos cerebrales están intactos, acierta siempre que los emplea en la ejecución memorística de operaciones simbólicas rutinarias, aun cuando no las comprenda.[18] Esto nos fuerza, según Dehaene, a aceptar la existencia de vías directas de transmisión de las informaciones lingüísticas en el cerebro, redes capaces de transformar 2 en *dos*, aun sin entender el sentido. Y es precisamente la existencia de tales redes lo que posibilita que el paciente MM, al tiempo que dice un disparate como 3-2=2, sea capaz de recitar de memoria y sin equivocarse la mayor parte de la tabla de multiplicar. O sea, su memoria de automatismos verbales le permite recitar la tabla como un autómata, sin saber lo que dice. Esta capacidad, sin embargo, tiene un límite y no muy amplio. De hecho, el paciente se equivoca cuando el resultado es mayor que 10, puesto que la lesión parietal que padece le priva de cualquier recurso del sentido de los números cuando fracasa su memoria verbal.

El caso de MM es una buena prueba de la especialización de la región parietal inferior. Pese a su lesión, todos sus conocimientos secuenciales se conservan; sólo la serie numérica –o sea, la única que se refiere a cantidades– aparece afectada. Pero incluso en el dominio de los números, MM dispone de otros muchos conocimientos. Así, sabe realizar la operación de situar un número entre otros dos, excepto cuando se trata de cantidades abstractas; por ejemplo, es capaz de situar acontecimientos entre dos fechas dadas e incluso se desenvuelve bien cuando encuentra un referente o un modelo mental concreto al cual aferrarse. Por ejemplo, su representación concreta del eje del tiempo sobrepasa con mucho su conocimiento de la línea numérica abstracta. Así, aunque es capaz de calcular las horas que van desde las 14 a las 16, se bloquea cuando se le pide calcular 16-14 en un contexto matemático abstracto. En resumen, todo parece indicar que el handicap de MM parece limitarse a esta comprehensión de los números en tanto que cantidades abstractas.

Las disociaciones que ofrecen este tipo de pacientes demuestran que sería ilusorio buscar *la* región cerebral del sentido de los números. La verdad es que, según Dehaene, *los números tienen múltiples sentidos* (*o. c.* p. 192). Es

18 *Cf.* Dehaene 1997, pp. 185 y ss. El comportamiento de este paciente roza el absurdo; por eso no debe resultar extraño que un personaje con características semejantes aparezca en *La lección*, escrita por Ionesco en 1950. Aunque con intención bien distinta, parece que el genial dramaturgo delineó *avant la lettre* el cuadro de un paciente acalcúlico desprovisto de toda intuición cuantitativa.

cierto que la mayor parte de los números aleatorios no tienen otra significación que la cantidad que vehiculan pero, en cambio, otros evocan gran cantidad de significaciones. El córtex parietal inferior no parece jugar un papel crucial más que para el sentido cuantitativo de los números. Pacientes con lesiones masivas en esta región sufren un déficit mayor de lectura que afecta la vía directa de conversión de letras o de cifras árabes a los sonidos correspondientes. Aunque no pueden leer la mayor parte de las palabras y de los números que se le presentan, algunos evocan todavía restos de sentido como es el caso de fechas relevantes, tales como 1789, 1492, etcétera.

En 1962 se descubrió otra patología que volvía a poner de manifiesto la especialización de la región parietal inferior. Se trata de la denominada *epilepsia arithmetices*. En los pacientes que la padecían, la más sencilla operación de cálculo desencadenaba violentas crisis epilépticas, mientras que en las otras actividades intelectuales, como la lectura, no se observaba alteración alguna. Los EEG realizados mostraban frecuentemente anomalías en la región parietal inferior. Según Dehaene, todo parece indicar que en los epilépticos esta región contiene probablemente una red de neuronas incorrectamente cableadas que propagan al resto del cerebro una onda de descarga eléctrica incontrolable. En cualquier caso, el hecho de que este foco epiléptico no se desencadene más que durante el cálculo da una idea de la extrema especialización de esta área cerebral para la aritmética (*Cf. o. c.* p. 192).

En cualquier caso, aun cuando las cantidades puras pudieran estar razonablemente relacionadas con el córtex parietal inferior no se sabría qué regiones cerebrales asumen las restantes significaciones de los números y de las palabras. Según Dehaene, ésta es una de las grandes cuestiones a las que tendrán que dar respuesta las neurociencias en los próximos decenios. En concreto, se trataría de responder a cuestiones como: ¿siguiendo qué reglas atribuye el cerebro sentido a los símbolos lingüísticos?.[19]

Pero el proceso de la adquisición del número no termina con la mera lectura de símbolos o con la realización de operaciones aritméticas sencillas. Es preciso dar una explicación de los mecanismos que permiten efectuar cálculos complejos e incluso operaciones algebraicas. Según Dehaene, es frecuente encontrar pacientes cuyos circuitos de identificación y de producción de nombres se encuentran intactos, mientras que su memoria de las tablas aritméticas está

19 *Cf.* Dehaene 1997, p. 194. Aunque el lóbulo parietal se presenta como un sustrato potencial para un dominio específico de la representación de cantidades, también está implicado en funciones verbales y espaciales que pueden contribuir al cálculo. Recientemente, Dehaene y su equipo han propuesto la posibilidad de que sean tres los circuitos parietales intervinientes en dicho procesamiento (*Cf.* S. Dehaene y otros 2003).

gravemente desorganizada. Al contrario de lo que ocurría en el caso de MM, estos pacientes conservan una excelente comprensión de cantidades numéricas, de comparación entre distintos números, etc., pero, en cambio, han perdido prácticamente toda memoria verbal de las tablas aritméticas.[20] Esta carencia les imposibilita efectuar aquellas operaciones que en la escuela se aprenden como un automatismo estrechamente ligado a las tablas, cual es el caso de la multiplicación; en cambio, son capaces de efectuar correctamente operaciones que no requieran el uso de un algoritmo automático, como ocurre con la sustracción. Dehaene ha estudiado esta deficiencia, que se manifiesta igualmente en toda clase de automatismos verbales de codificación en los que intervenga algún tipo de recitación, ya sean fábulas, proverbios e incluso el mismo alfabeto. Y cree haber hallado una explicación: a su juicio, una de las vías cruciales en todo el proceso pasa por los núcleos grises centrales del hemisferio izquierdo. Esta región subcortical recoge la información de diversas regiones del córtex y la reenvía por medio del tálamo a través de múltiples circuitos paralelos. Estos bucles subcorticales, cuya función no es del todo conocida, intervienen en la memorización y en la restitución de secuencias motrices automáticas, que tratan de las palabras o de las acciones. Para Dehaene, es precisamente uno de estos circuitos el que entra en actividad en el caso de las multiplicaciones, restituyendo automáticamente el resultado 'diez' emparejado a la secuencia 'dos veces cinco'. Todas estas especulaciones se confrontan por la existencia de acalculias de origen subcortical.[21]

Como ya se ha dicho, la modularidad del cerebro que defiende Dehaene supone la dispersión de las funciones en una multitud de circuitos cerebrales. Esto plantea un problema fundamental a las neurociencias, puesto que –por ejemplo– cómo es posible que regiones cerebrales dispersas reconozcan que representan el mismo número bajo sustratos diferentes. Habría que explicar qué decide la activación de tal o cual circuito y en qué orden; dicho de otro modo, habría que dar cuenta de la orquestación de las redes neuronales distribuidas. Aun cuando no se disponga todavía de una respuesta definitiva se sabe hoy día que el cerebro consagra a la orquestación de sus propias redes

20 Está justificada esta pérdida, según Dehaene, puesto que el proceso mismo de aprendizaje de las tablas se presenta como una práctica *contra natura*. A diferencia de un ordenador, la memoria humana es asociativa. Quiere esto decir que establece relaciones múltiples entre informaciones dispares (muchas veces de manera inconsciente) para reconstruir un recuerdo a partir de informaciones fragmentarias (*O. c.*. pp.128 y ss.).

21 *Cf.* Dehaene 1997, p.194 y ss. Por lo que respecta al álgebra, lo único que Dehaene se atreve a afirmar es que, contra toda intuición, los circuitos neuronales que la posibilitan deben ser bastante independientes de las redes del cálculo mental, aunque por el momento no se tenga una idea precisa de su localización.

circuitos específicos situados en regiones anteriores. Estos circuitos intervienen en la supervisión de comportamientos no automáticos; dicho de otro modo, constituyen *un cerebro en el cerebro*, un sistema autónomo de regulación y administración de conductas.[22]

Aunque por el momento no son más que metáforas provisionales, parece un resultado definitivo el hecho de que no hay un solo sistema frontal, sino toda una multitud de redes especializadas, en las que las regiones prefrontales juegan un papel clave. Esta relevancia se manifiesta de manera particular en matemáticas y en la notación aritmética. Se ha observado, no obstante, que su lesión no afecta en general a las operaciones más elementales, pero las secuencias de cálculo sí que pueden verse alteradas. En el ámbito que nos concierne, Dehaene observa que algunas áreas del córtex prefrontal intervienen más específicamente en el mantenimiento de resultados numéricos intermedios, proporcionando una especie de memoria de trabajo, es decir, un espacio interno de representación que permite intervenir al resultado de una primera operación en un segundo cálculo.

El papel que desempeña esta región del cerebro es mucho más amplio desde el punto de vista filogenético. Según Dehaene, el córtex prefrontal se nos presenta como una de las regiones cerebrales específicas de la especie humana. De hecho, todo el proceso de hominización está acompañado de un crecimiento colosal del córtex prefrontal que ocupa hoy un tercio de nuestro córtex. Su maduración sináptica, particularmente lenta, acompaña la mayor parte de los aprendizajes humanos, puesto que se extiende al menos hasta la pubertad. La maduración imperfecta del córtex prefrontal podría explicar los errores sistemáticos que hacen en matemáticas todos los niños de una cierta edad. Además, también se ha observado que las regiones frontales son de las primeras en sufrir el envejecimiento cerebral.

A modo de conclusión cabría señalar que los procesos que intervienen en la adquisición del número, tal como nuestro autor los concibe, hay que insertarlos en su visión global del cerebro. A su juicio, nuestro cerebro dispone de entrada de toda una panoplia de circuitos especializados, que realizan una gran diversidad de funciones; así, algunos reconocen las cifras, otros las traducen en cantidades internas o permiten recuperar los hechos aritméticos en memoria, etcétera. Lo que ocurre es que todas estas funciones no están unívocamente asociadas a regiones concretas. Por el contrario, la tesis que mantiene reiteradamente Dehaene es que la característica general de estas redes neuronales

22 *Cf.* Dehaene 1997, pp. 199 y ss. Este planteamiento, observa Dehaene, debe recordar la teoría del homúnculo, aquel supuesto hombrecillo que, situado en el interior del cerebro, dirigía las operaciones de los otros órganos.

es su modularidad, es decir, que funcionan automáticamente en un dominio restringido y sin un objetivo particular, limitándose a recibir la información en una cierta forma de entrada y a devolverlas en otro formato. Esta especialización de las áreas cerebrales permite una división eficaz del trabajo rutinario; asimismo, su orquestación bajo la égida de las áreas prefrontales aporta la flexibilidad indispensable para la concepción y la ejecución de nuevas estrategias aritméticas.

Esta especialización extrema de ciertas regiones cerebrales en el tratamiento de los números nos conduce a la pregunta por su origen. Según nuestro autor, la lectura y el cálculo no existen más que desde hace pocos miles de años, un período demasiado breve como para que la evolución haya predispuesto genéticamente ciertos de nuestros circuitos neuronales. Por tanto, estas capacidades cognitivas tienen que ser consideradas de aparición reciente y por lo mismo se han visto obligadas a invadir circuitos inicialmente destinados a otro uso. De este modo, tales capacidades usurpan determinadas regiones en tal grado que acaban consistiendo en su única función.

El sustrato biológico de tales cambios funcionales en los circuitos cerebrales es, según Dehaene, la plasticidad neuronal, o sea, la sorprendente capacidad que poseen las células nerviosas de modificar su cableado, tanto durante el aprendizaje como tras una lesión cerebral. Sin embargo, esta plasticidad está muy lejos de ser ilimitada. Por eso la especialización cerebral del adulto resulta de una combinación de restricciones genéticas y epigenéticas. Así, ciertas regiones del córtex visual, inicialmente destinadas al reconocimiento de objetos o rostros se especializan progresivamente en la lectura cuando el niño se educa en un universo visual dominado por caracteres impresos.

En cualquier caso, el aprendizaje –sea del tipo que sea– no crea jamás circuitos cerebrales nuevos, sino que selecciona, afina y especializa circuitos preexistentes hasta conferirles una significación y una función bien distintas a aquellas para las que la naturaleza las había destinado. Los límites de esta plasticidad cerebral se manifiestan de manera especial en los niños que sufren discalculia del desarrollo, que les impide en absoluto aprender la aritmética. En la mayoría de los casos es casi seguro que esos niños han sufrido una desorganización precoz de las regiones cerebrales que deberían haberse especializado normalmente en los números.

Algunos casos patológicos muestran que, aunque los circuitos neuronales sean altamente modificables, no nacen con equivalente potencialidad. A decir verdad, ciertos circuitos están mejor adaptados que otros a funciones tales como la evaluación de cantidades numéricas o la memoria de la tabla de multiplicar. Reaparece una vez más otra de las ideas fundamentales de Dehaene, a saber, la fuerte restricción que impone la arquitectura de nuestro cerebro a la manipulación de los objetos matemáticos. Por así decirlo, los números no tienen a su disposición todas las redes neuronales del cerebro del niño. Sólo algunos circuitos están capacitados para participar en el cálculo (*Cf.* Dehaene 1997, pp. 205-206).

Referencias

DEHAENE, S. 1993 "Varietes of numerical abilities", S. Dehaene (ed.) *Numerical cognition*, Oxford: Blackwell publishers, pp. 1-42.

DEHAENE, S. 1997 *The number sense. How the mind creates mathematics*, Oxford: Oxford University Press.

DEHAENE, S. *What are numbers, really. A cerebral basis for number sense*, ‹http://www.edge.org/3rd_culture/dehaene›

DEHAENE, S. y otros 2003 "Three parietal circuits for number processing", *Cognitive neuropsychology*, 20 (3/4/5/6), pp. 487-506.

FREY, G. 1972 *La matematización de nuestro universo*, Madrid: G. del Toro editor.

HILL, T. 1999 "La primera cifra significativa dicta su ley", *Mundo científico*, 199, pp.56-59.

IFRAH, G. 1985 *Las cifras. Historia de una gran invención*, Madrid: Alianza, 1988.

MARTÍNEZ-FREIRE, P. 1995 *La nueva filosofía de la mente*, Barcelona: Gedisa.

McCULLOCH, W. S. 1965 "What is a number, that a man may know it, and a man, that he may know a number?", W. S. McCulloch (ed.) *Embodiments of mind*, Cambridge: MIT Press, pp. 1-18.

VON NEUMANN, J. 1958 *L'ordinateur et le cerveau*, trad. al francés de *The computer and the brain*, Paris: Ed. La Découverte, 1992.